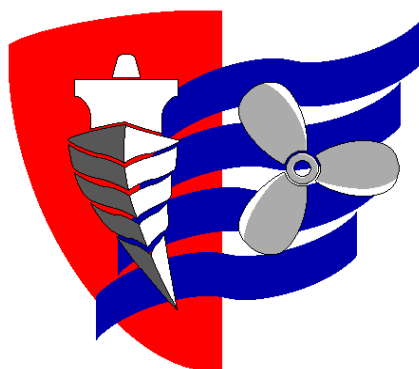


ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE NÁUTICA  
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



*Trabajo Fin de Grado*

**Dimensionamiento de estructuras  
navales en base a la resistencia  
local**

---

**Design of naval structures based on  
local resistance**

Para acceder al Título de Grado en

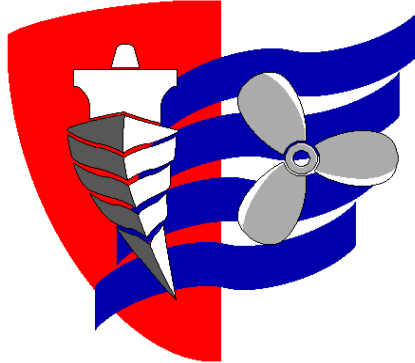
**INGENIERÍA MARÍTIMA**

Autor: Santiago Palacio Cano

Director: Luis Manuel Vega Antolín

Septiembre 2021

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



***Trabajo Fin de Grado***

**Dimensionamiento de estructuras  
navales en base a la resistencia  
local**

---

**Design of naval structures based on  
local resistance**

Para acceder al Título de Grado en

**INGENIERÍA MARÍTIMA**

## Índice

RESUMEN.....	1
ABSTRACT .....	2
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	3
2. METODOLOGÍA .....	4
2.1 Ecuación de la placa .....	5
Estudio Previo del Cálculo.....	6
Integración de tensiones .....	6
Ecuaciones cinemáticas.....	9
Ecuaciones constitutivas .....	11
Ecuaciones de Equilibrio .....	13
Ecuación Diferencial de la flexión de placas .....	15
2.2 Condiciones de Contorno .....	16
2.3 Teoría de las grandes deformaciones.....	20
2.4 Placas cargadas más allá del límite elástico .....	26
2.5 Cálculo por elementos finitos .....	36
3. DESARROLLO.....	39
3.1 Desarrollo teórico .....	39
3.1.1 Pequeñas deformaciones .....	39
3.1.2 Grandes Deformaciones.....	45
3.1.3 Elementos finitos.....	46
3.1.4 Diseño en base a máxima deformación permanente permitida.....	52
3.2 Programación de los cálculos teóricos en Excel VBA .....	60
3.2.1 Uso del programa .....	60
3.3 Ejemplos de aplicación con supuestos Prácticos .....	78

3.3.1 Deformación de las placas del fondo .....	78
3.3.2 Deformación de placa de tanque de carga sometida a grandes presiones. .....	84
3.3.3 Deformación Máxima permanente Permitida .....	88
3.3.4 Cargas Concentradas en cubierta .....	90
4. CONCLUSIONES.....	95
Bibliografía.....	97
Anexo I.....	98

## **RESUMEN.**

El diseño de placas respecto a la resistencia local se produce mediante un análisis propio de como estas estructuras resisten las tensiones a las que están sometidas. Para realizarlo, se crea un marco teórico que define el comportamiento estructural, usando para ello ecuaciones y consideraciones teóricas para los diferentes comportamientos que se producen, en los que se incluyen los análisis basados en las pequeñas y grandes deformaciones, además de un análisis plástico de placas. Una vez creado, se deben de extraer de este marco teórico los métodos analíticos de cálculo para poder realizar el análisis de forma correcta y poder aplicar esos análisis generales a casos específicos. Como forma de agilizar el diseño, se presenta como parte del trabajo un programa creado en Excel VBA en el que están implementados estos métodos de calculo de planchas, llamado: “*Dimensionamiento de planchas navales*”.

Finalmente, se ofrece unos ejemplos prácticos del uso de los métodos de cálculo presentados usando el programa creado, además de una comparativa usando el método de los elementos finitos con el programa ANSYS.

### **Palabras clave:**

- Resistencia local, Elementos Finitos, Deformación, Teoría de la Placa.

## **ABSTRACT**

Design of plating based on local resistance is produced by a befitting analysis of how these structures resist the stresses to which they are subjected. To achieve it, a theoretical approach is created that defines the structural behavior, using equations and theoretical considerations for the different behaviors that occur, which include the Small Deflection Theory, the Large Deflection Theory and an analysis of plating which are loaded beyond the elastic limit. Once created, analytical calculation methods are extracted from this theoretical approach in order to be able to carry out the analysis proper, not only in general, but also in specific cases.

As a way of streamlining the design, a program is presented in this thesis using Excel VBA in which the plate calculation methods are implemented, called: “*Naval Plate Sizing*”.

Finally, some practical examples using the calculation methods presented in the Excel program are offered, as well as a comparison using the Finite Element Method (FEM) with the ANSYS Program

### **Key Words:**

- Local Resistance, FEM, Plate Deflection, Plate Theory.

## **1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Los cálculos referidos a las estructuras navales varían en gran forma según su aplicación, referida a los esfuerzos estructurales que deberá de soportar sin tener fallos que puedan afectar a la integridad total del cuerpo en cuestión. Para ello, se necesita de un análisis completo de las diferentes partes de la estructura naval en relación con el cómputo de esfuerzos que deben de resistir.

Un análisis completo se consigue con la unión de los diferentes análisis aplicados a las distintas partes de una estructura marina, siendo el más específico el análisis basado en la resistencia local, siendo éste un análisis basado en el estudio de los esfuerzos resistidos por placas rectangulares con diferentes condiciones de contorno y dimensionamiento.

Por lo tanto, una explicación adecuada sobre los tipos de cálculos que conforman este análisis estructural, como realizarlos, automatizarlos para restar tiempo añadido al diseñador y finalmente una comparación de las diferentes formas de cálculo según la aproximación más veraz son los elementos clave de este estudio.

Para empezar se explicará la teoría detrás del análisis estructural, seguidamente se expondrán los tipos de cálculos usados en el análisis y su explicación, se explicará el uso de un programa computacional de simulación y se usaran los datos obtenidos como comparación, a continuación se implementarán los cálculos necesarios mediante un código en VBA (Visual Basic Application) dentro del entorno del programa EXCEL, se utilizará el código desarrollado a diversos casos de cálculo y finalmente se compararán los resultados obtenidos con los resultados mediante simulación por ANSYS.

## **2. METODOLOGÍA**

En un buque, la respuesta estructural del casco y de los elementos estructurales que lo componen se divide respecto a las tensiones que forman esa respuesta:

- Tensiones Primarias
- Tensiones Secundarias
- Tensiones Terciarias

Los esfuerzos del buque respecto a las tensiones conllevan una prácticamente nula interacción entre ellos, por lo tanto, cada componente puede ser calculado por métodos y análisis que difieren el uno del otro, obteniéndose la tensión resultante total por superposición de los componentes de la tensión.

Las tensiones primarias son las correspondientes al conjunto del barco que, en este caso, se puede considerar como una viga con una carga distribuida formando como respuesta unos esfuerzos en la totalidad del buque, llamados arrufo y quebranto.

Los esfuerzos creados por las denominadas tensiones secundarias son los de flexión global en las estructuras de doble fondo u casco, además de los paneles reforzados.

Los esfuerzos terciarios se denominan a la deformación que tiene un panel de plancha (Una placa) no reforzada que se encuentra entre longitudinales y transversales u entre dos varengas y dos vagras.

Estos esfuerzos terciarios de la placa resultan en una deformación de la propia plancha, pero en casos en los que las tensiones son grandes, la flexión del espesor no es linear, sino que un nuevo esfuerzo aparece: el componente membranal.

Se propondrá en este apartado una explicación de los métodos de cálculo de este último tipo de estructuras, así como una explicación intrínseca de la forma de realizar ese análisis.



## **2.1 Ecuación de la placa**

La especificidad de las placas nos condena a realizar, según las diferentes especificaciones de la placa, un análisis basado en ecuaciones diferenciales, las cuales proporcionan las tensiones y las deformaciones a partir de las cargas y de la rigidez. Los esfuerzos son el resultado de la integración de las tensiones a lo largo del espesor de la placa y se pueden calcular a partir de la flecha.

Para poder realizar los cálculos de análisis de placas, se debe establecer unas hipótesis básicas y de partida como condicionamiento para realizar el proceso del cálculo. Estas están dadas por las hipótesis de Kirchhoff:

1. Las placas serán delgadas e isotrópicas (Las características elasto/plásticas no dependen de la dirección)
2. El material es elástico y lineal.
3. El espesor es mucho más pequeño que las otras dos dimensiones de la placa.
4. La placa inicialmente es plana.
5. Las deformaciones son pequeñas en comparación con el espesor de la placa.
6. Los puntos del plano medio solo tienen movimientos perpendiculares a dicho plano.
7. Los puntos situados en una perpendicular al plano medio antes de la deformación siguen situados en una recta perpendicular al plano medio después de la deformación.
8. Las tensiones normales al plano medio se consideran despreciables.
9. Los esfuerzos en el plano medio producidos por fuerzas en ese plano se consideran despreciables.

Si en los cálculos se aplican estas hipótesis, tal como se va a realizar en este trabajo, se lo denomina la Teoría Clásica de Placas. En el caso de que se necesiten resultados con una especificación teórica mucho mayor, hay diferentes Teorías propuestas por (Reddy, 2006), las cuales abarcan una o más hipótesis de Kirchhoff:

1. Teoría de primer orden: Las rectas perpendiculares al plano medio ya no permanecen perpendiculares a la superficie que adquiere dicho plano una vez que el laminado flexiona.

2. Teoría de tercer orden: Aplica la Teoría de primer orden y además las rectas perpendiculares al plano medio, antes de que el laminado se deforme, no permanecen rectas una vez que el laminado se haya deformado.

Además, como se hace en el caso de la Teoría de la Viga, en el cálculo de placas se integrarán las tensiones en el espesor y se trabajará con esfuerzos, lo que permite realizar cálculos en estado bidimensional en vez de tridimensional.

Estudio Previo del Cálculo.

- Datos: Para el estudio sabemos las características geométricas de la placa, las características elásticas del material, y las cargas aplicadas.
- Incógnitas:
  - Movimientos en el plano medio (Flecha).
  - Deformaciones.
  - Esfuerzos.
- Ecuaciones:
  - Constitutivas: Relacionan esfuerzos con deformaciones.
  - Cinemáticas: Relacionan movimientos con deformaciones.
  - Equilibrio: Relacionan las cargas con los esfuerzos.

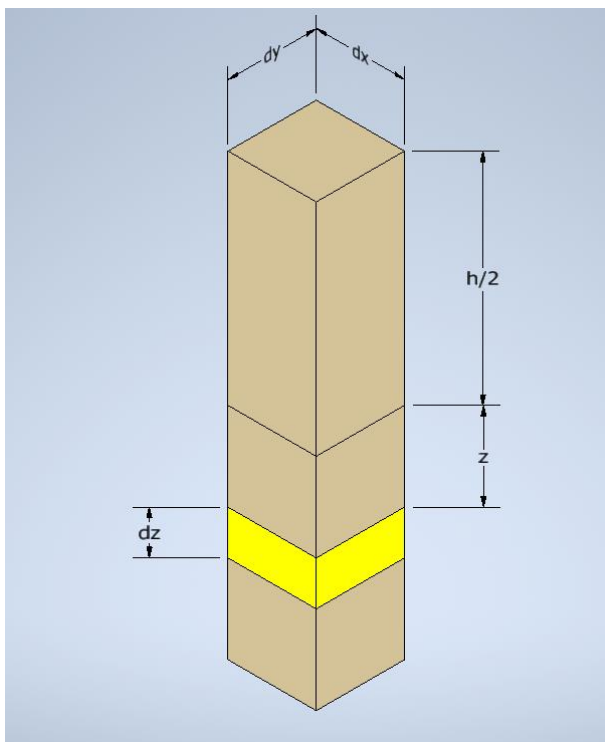
Como se puede observar tenemos un sistema con 3 incógnitas y 3 ecuaciones, por lo que el cálculo es viable.

### ***Integración de tensiones***

Como se ha dicho previamente, integrando las tensiones aplicadas se obtienen los esfuerzos, siendo estos por unidad de longitud.

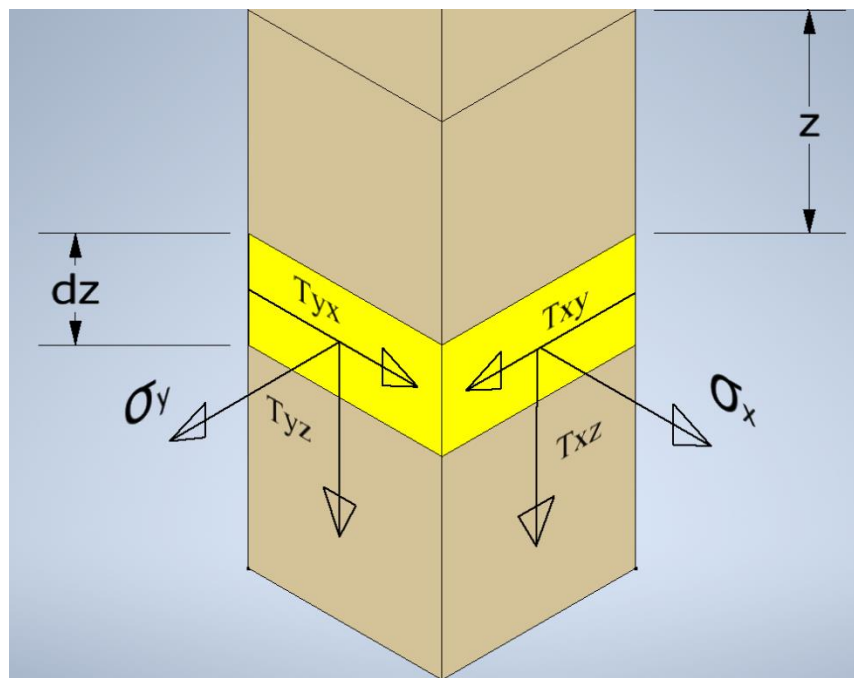
Cuando a una placa se le somete una carga transversal (En el plano formado por el largo y el ancho de la placa), los esfuerzos que aparecen son momentos flectores, esfuerzos cortantes y momentos torsores.

Así, en una placa de largo:  $x$ , ancho:  $y$ , espesor:  $h$ , delimitaremos un elemento diferencial  $dx$ ,  $dy$ , con espesor  $h$ , como muestra la figura 1. El elemento escogido es el que se encuentra en color amarillo, de largo  $dx$ , ancho  $dy$  y espesor  $dz$ , a una distancia  $z$  del plano medio de la placa.



*Figura 1. Delimitación del elemento diferencial. Fuente: elaboración propia*

Las tensiones a los que se somete al elemento escogido de la placa son las siguientes (Figura 2):



*Figura 2. Tensiones en el elemento diferencial. Fuente: elaboración propia*

- $(\sigma_x, \sigma_y)$ : Tensiones normales al plano.
- $(\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{yz})$ : Tensiones cortantes.

Las tensiones normales generan a su vez momentos flectores  $(m_x, m_y)$ , las tensiones cortantes  $\tau_{xy}, \tau_{yx}$  generan momentos torsores  $(m_{xy}, m_{yx})$  respectivamente y las tensiones cortantes  $\tau_{xz}, \tau_{yz}$  generan fuerzas cortantes  $q_x, q_y$  respectivamente, como muestra la figura 3:

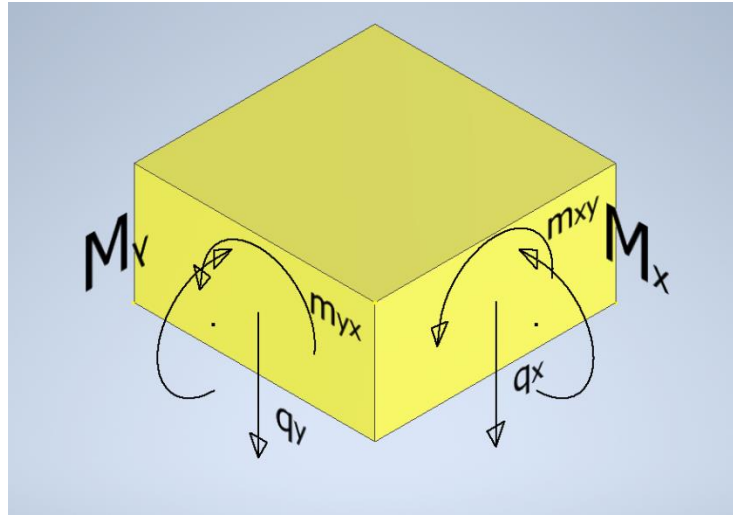


Figura 3. Solicitaciones en el elemento diferencial. Fuente elaboración propia

Los momentos flectores  $m_x, m_y$  se obtienen mediante:

$$m_x dy = \int_{-H/2}^{H/2} (\sigma_x dy dz) z \quad \Rightarrow \quad m_x = \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_x dz z \quad (2.1)$$

$$m_y dx = \int_{-H/2}^{H/2} (\sigma_y dx dz) z \Rightarrow \quad m_y = \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_y dz z \quad (2.2)$$

Los momentos flectores  $m_{xy}, m_{yx}$  se obtienen mediante:

$$m_{xy} dy = \int_{-H/2}^{H/2} (\tau_{xy} dy dz) z \quad \Rightarrow \quad m_{xy} = \int_{-H/2}^{H/2} \tau_{xy} dz z \quad (2.3)$$

$$m_{yx} dx = \int_{-H/2}^{H/2} (\tau_{yx} dx dz) z \quad \Rightarrow \quad m_{yx} = \int_{-H/2}^{H/2} \tau_{yx} dz z \quad (2.4)$$

Una de las propiedades de las tensiones cortantes en elementos ortogonales es que  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ , por lo que:

$$m_{xy} = m_{yx}$$

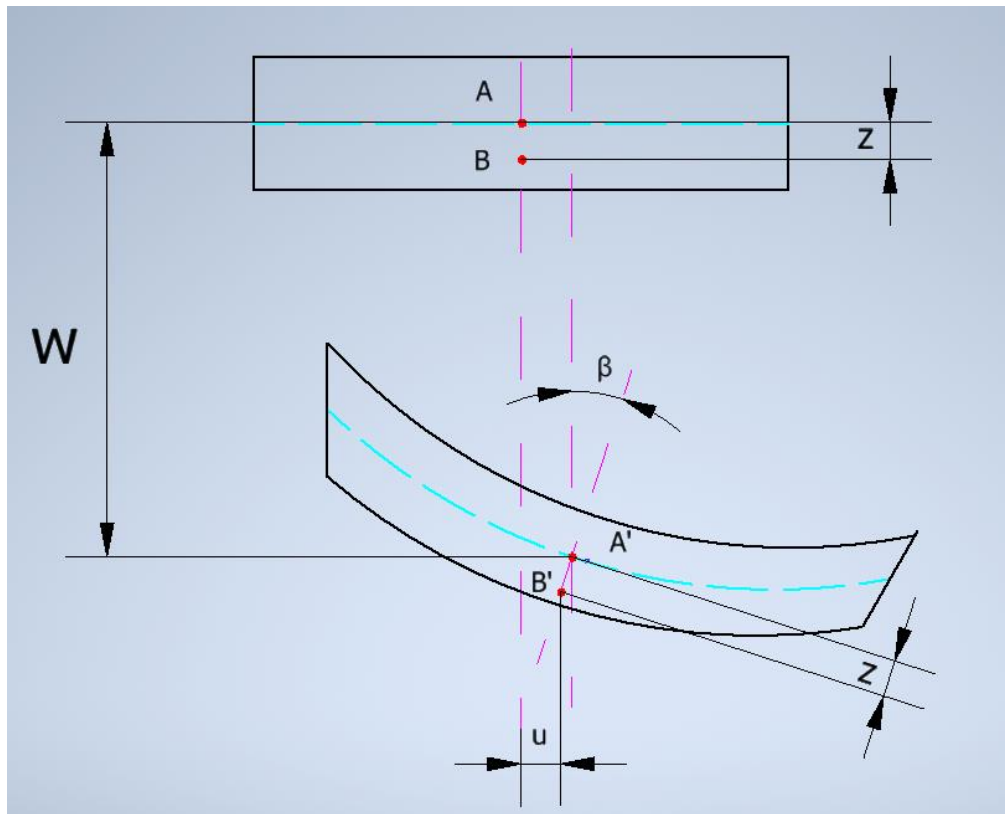
Las fuerzas cortantes  $q_x$ ,  $q_y$  se obtienen mediante:

$$q_x dy = \int_{-H/2}^{H/2} (\tau_{xz} dy dz) \Rightarrow m_{xy} = \int_{-H/2}^{H/2} \tau_{xz} dz \quad (2.5)$$

$$q_y dx = \int_{-H/2}^{H/2} (\tau_{yz} dx dz) \Rightarrow m_{yx} = \int_{-H/2}^{H/2} \tau_{yz} dz \quad (2.6)$$

### *Ecuaciones cinemáticas*

Para poder reducir el problema tridimensional a uno bidimensional, debemos realizar un análisis de la deformación de la placa en respecto a los ejes x e y. Además, para poder realizar esto, debemos hacer otra hipótesis (Aparte de las de Kirchoff), la cual es que las condiciones de contorno permitan desplazamientos en el plano medio de la placa. Las condiciones de contorno se explicarán extensamente más adelante.



*Figura 4: Tramo de placa y su posición deformada donde se indican los desplazamientos.*

*Fuente elaboración propia*

Para el análisis, dispondremos de la figura 4, la cual nos muestra en la parte superior de la placa sin deformar y en la parte inferior la placa cargada y con una deformación

genérica. El punto A se encuentra en el plano medio de la placa y a una distancia “Z” se encuentra el punto B.

Una vez se ha deformado, el desplazamiento “W” es la distancia vertical entre el punto A y el punto A’, denominado flecha. El punto B’, además de un desplazamiento vertical, tiene un desplazamiento en el eje x y en el eje y que se denominara “u”, y un giro “β” respecto al eje z. Hay que tener en cuenta que estos valores pueden variar dependiendo del eje en el que ocurra, x o y.

El desplazamiento se puede expresar de esta manera:

$$u_x = -z\beta = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.7)$$

Por lo tanto, la deformación en el eje x será:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.8)$$

Se aplica lo mismo que al eje x, una flecha  $w_y$  crea un desplazamiento  $u_y$  en el eje y:

$$u_y = -z\beta = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.9)$$

Por lo tanto, la deformación en el eje y será:

$$\varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.10)$$

Las deformaciones en el plano que conforman los ejes x e y, puede ser hallada sumando las deformaciones:

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_x + \varepsilon_y = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \quad (2.11)$$

Se denomina curvatura:

$$\chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \chi_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad \chi_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \quad (2.12)$$

Y, por ende:

$$\varepsilon_x = -z\chi_x \quad \varepsilon_y = -z\chi_y \quad \varepsilon_{xy} = -2z\chi_{xy} \quad (2.13)$$

### ***Ecuaciones constitutivas***

Como el material es elástico, se puede usar la Ley de Hooke:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} \quad \tau_{xy} = \frac{E}{2(1-\nu)} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \quad (2.14)$$

Donde E es el Módulo de Young y  $\nu$  es el coeficiente de Poisson. Igualando  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ :

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) \quad (2.15)$$

Considerando (2.8), (2.10):

$$\sigma_x = -\frac{zE}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.16)$$

$$\sigma_y = -\frac{zE}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.17)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{zE}{(1-\nu)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right) \quad (2.18)$$

Usando (2.1) y (2.15) tenemos:

$$\begin{aligned} m_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \sigma_x dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{z^2 E}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) dz = \\ &= \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 dz \end{aligned} \quad (2.19)$$

Calculando la integral:

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 dz = \frac{h^3}{12} \quad (2.20)$$

Y simplificando:

$$m_x = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.21)$$

Donde  $\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  es la rigidez flexional de la placa por unidad de longitud “D”.

$$m_x = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.22)$$

Se puede proceder de igual manera para  $m_y$  y  $m_{xy}$ :

$$m_y = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.23)$$



$$m_{xy} = D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \quad (2.24)$$

### ***Ecuaciones de Equilibrio***

Finalmente, se selecciona el elemento diferencial de la Figura 1 y se aplica una presión “P”. La figura 4 muestra los momentos y fuerzas resultantes de esa presión aplicada. Los momentos (2.20), (2.21), (2.22) se han obtenido como la resultante de tensiones a lo largo del espesor y vienen dados por unidad de longitud de la placa (momentos por unidad de longitud).

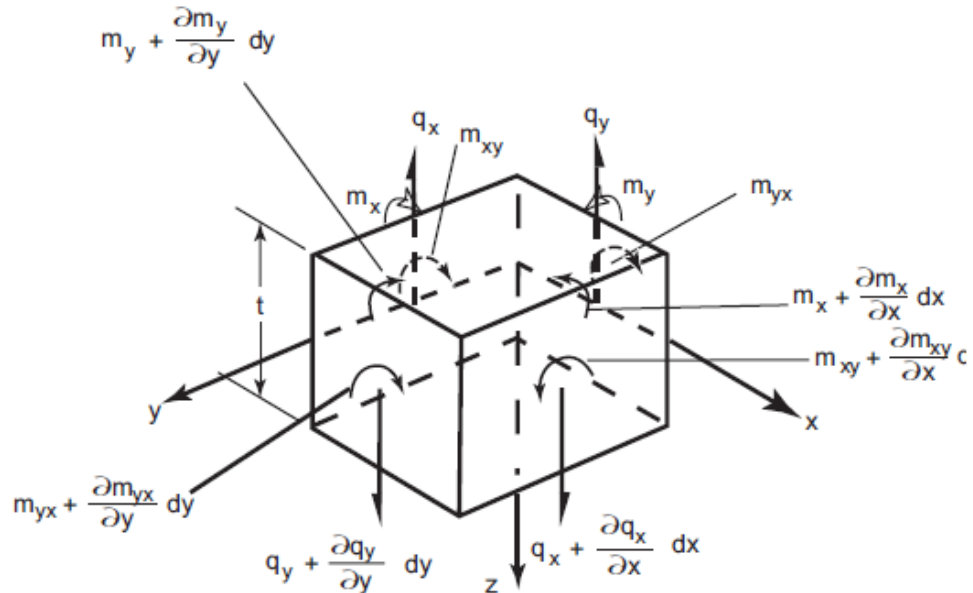


Figura 5: Momentos y fuerzas en nuestro elemento. Fuente: (Hughes & Paik, 2010)

1. Equilibrio de Momentos respecto a y = 0

$$\sum m_y = 0$$

$$m_x dy + m_{yx} dx + q_x dy \frac{dx}{2} + \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dy \frac{dx}{2} - \left( m_x + \frac{\partial m_x}{\partial x} dx \right) dy - \left( m_{yx} \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} dy \right) dx = 0 \quad (2.25)$$

Simplificando:

$$-\frac{\partial m_x}{\partial x} d_x d_y - \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} d_y d_x + q_x d_y d_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} d_x d_y \frac{d_x}{2} = 0 \quad (2.26)$$

Eliminando los Términos de Tercer Orden e igualando  $q_x$ :

$$q_x = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} \quad (2.27)$$

2. Equilibrio de Momentos respecto a  $x = 0$

$$\sum m_x = 0$$

$$m_y d_x + m_{xy} d_y + q_y d_x \frac{d_y}{2} + \left( q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} d_y \right) d_x \frac{d_y}{2} - \left( m_y + \frac{\partial m_y}{\partial y} d_y \right) d_x - \left( m_{xy} \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} d_x \right) d_y = 0 \quad (2.28)$$

Simplificando:

$$-\frac{\partial m_y}{\partial y} d_x d_y - \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} d_y d_x + q_y d_y d_x + \frac{\partial q_y}{\partial y} d_x d_y \frac{d_y}{2} = 0 \quad (2.29)$$

Eliminando los Términos de Tercer Orden e igualando  $q_y$ :

$$q_y = \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} \quad (2.30)$$

3. Equilibrio de Fuerzas Verticales:

$$\sum F_z = 0$$

$$\left( q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} d_y \right) d_x + \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} d_x \right) d_y + p d_x d_y - q_y d_x - q_x d_y = 0 \quad (2.31)$$

Simplificando:

$$-\frac{\partial q_y}{\partial y} d_y d_x - \frac{\partial q_x}{\partial x} d_x d_y + p d_x d_y = 0 \quad (2.32)$$

Igualando p:

$$p = \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \quad (2.33)$$

### *Ecuación Diferencial de la flexión de placas*

En este momento, se deberá de conjugar todas las ecuaciones previas. Primero, (2.32), (2.25), (2.28):

$$p = \frac{\partial \left( \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} \right)}{\partial y} \quad (2.34)$$

Aplicando (2.20), (2.21), (2.22)

$$p = \frac{\partial \left( \frac{\partial \left[ -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right]}{\partial x} + \frac{\partial \left[ D(1-v) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right]}{\partial y} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( \frac{\partial \left[ D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right]}{\partial y} + \frac{\partial \left[ D(1-v) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right]}{\partial x} \right)}{\partial y} \quad (2.35)$$

Simplificando:

$$\begin{aligned}
 p &= \frac{\partial \left( -D \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + v \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 x} + (1-v) \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 x} \right] \right)}{\partial x} \\
 &\quad + \frac{\partial \left( -D \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + v \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 y} + (1-v) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 y} \right] \right)}{\partial y} \\
 p &= \frac{\partial \left( -D \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 x} \right] \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( -D \left[ \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 y} \right] \right)}{\partial y} \\
 p &= -D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 x^2} \right) + -D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 x^2} \right)
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Completando la ecuación:

$$\frac{p}{D} = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^2 x^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \tag{2.37}$$

Usando el operador Laplaciano  $\nabla$  se obtiene una expresión simplificada de la ecuación diferencial de la flexión de las placas:

$$\frac{p}{D} = \nabla^4 w \tag{2.38}$$

## 2.2 Condiciones de Contorno

Para poder resolver la Ecuación Diferencial es necesaria la aplicación de unas determinadas condiciones de contorno en los bordes de la placa, dado que estas matemática y físicamente cambian significativamente el desplazamiento en la superficie media de la placa.

Las condiciones de Contorno más habituales son:

### **1. Borde Empotrado**

Si una placa esta empotrada en su contorno, el desplazamiento (Deflexión) y el giro (Pendiente) deben desaparecer en el límite, por lo tanto, en un lado empotrado paralelo al eje  $y$  en  $x = a$ , las condiciones de contorno serán:

$$w|_{x=a} = 0 \quad (2.39)$$

$$\frac{\delta w}{\delta x}|_{x=a} = 0 \quad (2.40)$$

Las condiciones de contorno en un lado empotrado paralelo al eje  $x$  en  $y = b$  son:

$$w|_{y=b} = 0 \quad (2.41)$$

$$\frac{\delta w}{\delta y}|_{y=b} = 0 \quad (2.42)$$

### **2. Borde Simplemente apoyado**

Un borde de una placa que se le prohíbe desplazarse, pero es capaz de rotar sobre una línea a lo largo del borde, se le define como simplemente apoyado. Al ser capaz de girar, el momento que se crea en los bordes es nulo.

Así pues, en un lado apoyado paralelo al eje  $y$  en  $x = a$ , las condiciones de contorno serán:

$$w|_{x=a} = 0 \quad (2.43)$$

$$m_x|_{x=a} = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=a} = 0 \quad (2.44)$$

La curvatura según el eje  $y$  a lo largo de la línea  $x = a$  es nula:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=a} = 0 \quad (2.45)$$

En un lado simplemente apoyado paralelo al eje  $x$  en  $y = b$ , donde el cambio de  $w$  respecto al eje  $x$  desaparece, las condiciones de contorno serán:

$$w|_{y=b} = 0 \quad (2.46)$$

$$m_y|_{y=b} = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{y=b} = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=b} = 0 \quad (2.48)$$

### **3. Conjunto de condiciones de Contorno**

Se considera una placa con dos bordes empotrados opuestos en  $y = b$  y en  $y = 0$  y dos bordes simplemente apoyados en  $x = a$  y en  $x = 0$ :

$$w|_{x=a} = 0 \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=a} = 0 \quad (2.50)$$

$$w|_{y=b} = 0 \quad (2.51)$$

$$\frac{\delta w}{\delta y} \Big|_{y=b} = 0 \quad (2.52)$$

### **4. Borde libre**

En un lado en que los momentos flectores, los momentos torsores y las fuerzas cortantes sean 0, se considerara Borde libre.

Estas condiciones se pueden agrupar: según Kirchoff, se puede representar el momento torsor  $m_{xy}$  como un par de fuerzas cortantes sobre la cara transversal formando una fuerza cortante nueva:

$$q'_x = \frac{\delta m_{xy}}{\delta y} \quad (2.53)$$

La suma de las dos cortantes se le llama Reacción de Borde  $v_x$  :

$$v_{yz}|_{x=a} = q_x + q'_x \quad (2.54)$$

Las fuerzas cortantes deben de ser nulas, por lo tanto:

$$v_{yz}|_{x=a} = q_x + q'_x = 0 \quad (2.55)$$

$$v_{yz}|_{x=a} = \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} + \frac{\delta m_{xy}}{\delta y} = 0 \quad (2.56)$$

$$v_{yz}|_{x=a} = \frac{\partial \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]}{\partial x} + \frac{\partial \left[ D(1-v) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right]}{\partial y} + \frac{\partial \left[ D(1-v) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right]}{\delta y} = 0 \quad (2.57)$$

$$v_{yz}|_{x=a} = \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + v \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} + 2D(1-v) \frac{\partial^3 w}{\partial y^2 \partial x} = 0 \quad (2.58)$$

$$v_{yz}|_{x=a} = -D \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (2-v) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] = 0 \quad (2.59)$$

Y el momento flector también debe ser nulo:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} |_{x=a} = 0 \quad (2.60)$$

Análogamente, en el borde paralelo al eje  $x$  y en  $y = b$ :

$$v_{xz}|_{y=b} = -D \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (2 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (2.61)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} |_{y=b} = 0 \quad (2.62)$$

### 2.3 Teoría de las grandes deformaciones

La Ecuación diferencial de la flexión de la placa (2.38) para altas cargas puede dar espesores excesivos, dado que una hipótesis básica de Kirchhoff considera que las deformaciones son pequeñas en comparación con el espesor de la placa.

El uso de esta teoría falla cuando se crean esfuerzos de membrana debido a una gran deformación y cuando los bordes de la placa están fijos. El efecto de membrana se debe tenerse en cuenta cuando la deformación es mayor que el espesor o cuando la deformación lateral es mayor que la mitad del espesor de la placa respectivamente.

Cuando la deformación aumenta, la cantidad de carga que el efecto membrana soporta también aumenta, por lo tanto, en un determinado momento la carga transversal es soportada por la deformación y por el efecto membrana, y cuando este efecto ocurre, se debe usar la teoría de las grandes deformaciones.

Las ecuaciones diferenciales de la “Teoría de grandes deformaciones” fueron formuladas por Von Karman, en las cuales se encuentra una generalización de (2.38) y se puede derivar considerando el equilibrio vertical de un elemento  $dx \, dy$  como se hizo previamente.

Los esfuerzos y las cortantes membranales las denominaremos  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$  respectivamente como se muestran en la figura 6:



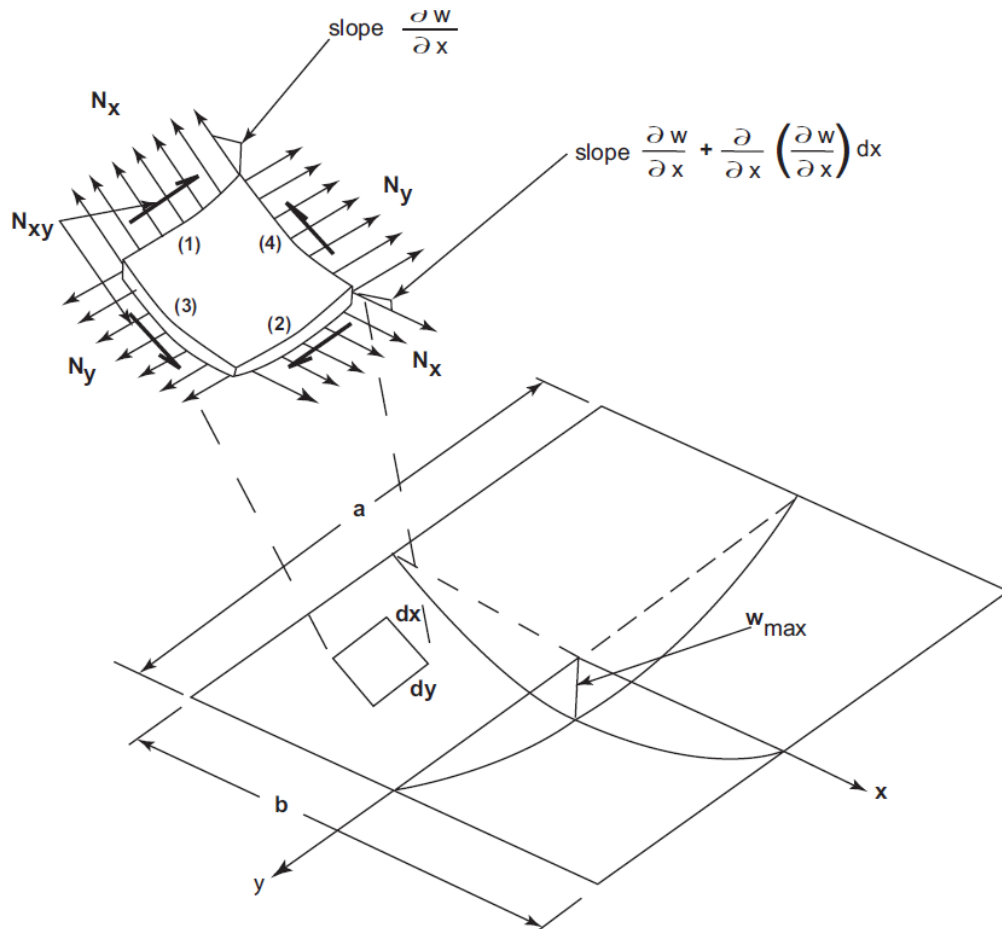


Figura 6: Efectos membranales en un elemento  $dx dy$ . Fuente: (Hughes & Paik, 2010)

En este elemento infinitesimal, la componente vertical del efecto membranal  $N_x$  que se encuentra en (1) viene definida por:

$$-N_x dy \left( \frac{\delta w}{\delta x} \right) \quad (2.63)$$

En (2) la componente vertical de  $N_x$  sería igual si la pendiente  $\frac{\delta w}{\delta x}$  fuese igual, pero no lo es, por lo cual la componente  $N_x$  (2) viene dada por:

$$N_x dy \left[ \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta}{\delta x} \left( \frac{\delta w}{\delta x} \right) dx \right] \quad (2.64)$$

Y la fuerza neta vertical viene dada por:

$$N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx dy \quad (2.65)$$

Siendo en el eje y consecuente.

La componente vertical de las cortantes membranales vienen dadas por:

$$N_{xy} dx \left[ \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta}{\delta y} \left( \frac{\delta w}{\delta x} \right) dy \right] - N_{xy} dx \left( \frac{\delta w}{\delta x} \right) \quad (2.66)$$

Sumando todos los componentes verticales:

$$\left( N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right) dx dy \quad (2.67)$$

Por lo que la ecuación diferencial de la flexión de placas con largas deformaciones es:

$$\nabla^4 w = \frac{1}{D} \left( q + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right) \quad (2.68)$$

En general,  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$  son funciones de  $x$  e  $y$ , por lo que no suelen proveer suficiente información para la solución salvo en casos donde los esfuerzos membranales pueden ser calculados por separado.

Como se ha mencionado antes, los efectos de membrana dependen del grado de la curvatura de la superficie de la placa, ya sea creada por la acción de una fuerza transversal o por que la placa tuviese una curvatura inicial, y del grado al cual los bordes están restringidos en su desplazamiento en el plano de la placa, creando ambos de ellos unos esfuerzos membranales que, en algunas situaciones, se puede llevar a la placa deliberadamente a esta situación por su gran resistencia frente a cargas elevadas.

Esto se obtiene examinando a un elemento unitario de una placa deformada transversalmente con ejes restringidos de traccionar hacia dentro, en el cual si  $w_x$  es la deformación del elemento, la diferencia  $\partial$  entre la longitud del arco del elemento deformado y la longitud de la línea sin deformación:

$$\partial = \int_0^b \left[ \left( \sqrt{1 + \left( \frac{dw}{dx} \right)^2} \right) - 1 \right] dx \cong \int_0^b \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (2.69)$$

En este caso, los esfuerzos membranales son unidireccionales  $N_x = N_y = 0$  y asumimos que es constante en el eje. La segunda ecuación es una aproximación que se vuelve cada vez más precisa a más deformación, puesto que la placa aguanta más con los esfuerzos de membrana.

Si a esta tensión constante de membrana se la denomina  $T$ , el alargamiento debido a la tensión es  $\partial = \frac{Tb}{AE}$ , siendo  $A$  el área de la sección transversal por unidad de ancho igual a  $t$ :

$$\partial_1 = \frac{Tb}{tE} = \int_0^b \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (2.70)$$

$$T = \frac{Et}{2b} \int_0^b \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 dx$$

Para saber el efecto de la deformación inicial se asume que hay una deformación inicial en la placa  $w_0$  y que tanto la deformación inicial y la deformación  $w_1$  son senoidales:

$$w_x = (w_0 + w_1) \sin \frac{\pi x}{b} \quad (2.71)$$

Que con (2.69):

$$\partial = \int_0^b \frac{1}{2} (w_0 + w_1)^2 \frac{\pi^2}{b^2} \cos^2 \frac{\pi x}{b} dx = \frac{\pi^2}{4b} (w_0 + w_1)^2 \quad (2.72)$$

Siendo la diferencia de longitud debida a la deformación inicial:

$$\frac{\pi^2 w_0^2}{4b}$$

Y la diferencia de longitud debida a la carga es la diferencia entre estas dos:

$$\partial_1 = \frac{\pi^2 (2w_0 w_1 + w_1^2)}{4b}$$

Con estos valores, (Muckle, 1967) obtuvo una solución para  $w_1$  usando el siguiente método de energía:

*Energía de deformación por la flexión:*

$$\begin{aligned} &= \int_0^b \frac{E'I}{2} \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 dx \\ &= \int_0^b \frac{E'I}{2} (w_1^2) \frac{\pi^4}{b^4} \sin^2 \frac{\pi x}{b} dx \\ &= \frac{\pi^4 E'I w_1^2}{4b^3} \end{aligned} \tag{2.73}$$

*Energía de deformación por la tensión:*

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} T \partial_1 \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{AE}{b} \partial_1 \right) \partial_1 \\ &= \frac{AE \partial_1^2}{2b} \end{aligned} \tag{2.74}$$

En general para una deformación  $w_x$  debida a una carga  $p_x$  por unidad de longitud, el trabajo requerido es:

$$W = \int_0^b \frac{1}{2} p w dx \tag{2.75}$$

En este caso  $p$  es constante y la deformación transversal causada por la carga es  $w_1 \sin \frac{\pi x}{b}$ , por lo que:

$$W = \frac{pw_1b}{\pi} \quad (2.76)$$

El trabajo realizado por la carga es el mismo que la energía total de deformación

$$\frac{pw_1b}{\pi} = \frac{AE \partial_1^2}{2b} + \frac{\pi^4 E' I w_1^2}{4b^3} \quad (2.77)$$

$$\frac{\pi^4 AE}{32b^3} (2w_0w_1 + w_1^2)^2 + \frac{\pi^4 E' I w_1^2}{4b^3}$$

$$\frac{\pi^4 AE}{32b^3} + \frac{\pi^4 E w_0 w_1^2}{8b^3} + \left( \frac{\pi^4 E w_0^2}{8b^3} + \frac{\pi^4 E' I}{4b^3} \right) w_1 - \frac{pb}{\pi} = 0 \quad (2.78)$$

Siendo  $A =$  espesor,  $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$  y  $I = \frac{t^3}{12}$  por unidad de ancho del elemento y sustituyendo en (2.78)

$$w_1^3 + 4w_0w_1^2 + \left( 4w_0^2 + \frac{2t^2}{3(1-\nu^2)} \right) w_1 - \frac{32pb^4}{\pi^5 Et} = 0 \quad (2.79)$$

Cuando la placa inicialmente no tiene ninguna deformación  $w_0 = 0$  se convierte en:

$$w_1^3 + 4w_0w_1^2 + \frac{2t^2}{3(1-\nu^2)} w_1 = \frac{32pb^4}{\pi^5 Et} \quad (2.80)$$

En los estadios iniciales de carga, la deformación  $w_1$  es pequeña relativa al espesor, por lo que el primer término se puede despreciar:

$$\frac{w_1}{t} = \frac{48(1 - \nu^2)p}{\pi^5 E} \left(\frac{b}{t}\right)^4 = 0.143 \frac{p}{E} \left(\frac{b}{t}\right)^4 \quad (2.81)$$

Esta ecuación es igual que a la que se obtendría en la teoría de las pequeñas deformaciones, puesto que como se ha dicho previamente, los esfuerzos de membrana empiezan a ser significativos si la deformación de la placa sobrepasa el espesor, por lo que en estados iniciales de la carga con los bordes restringidos solo aplican los esfuerzos de flexión de la placa si no hay una deformación previa.

## **2.4 Placas cargadas más allá del límite elástico**

Una placa puede presiones extensamente más grandes que en las teorías propuestas previamente, puesto que estas se encuentran siempre en la zona elástica del diagrama tensión-deformación. Sin embargo, cuando la deformación es muy grande la placa se convierte en una membrana completamente plástica, la cual su carga de ruptura es enorme.

Para definir este tipo de comportamiento en la placa se usará una combinación de la teoría elastoplástica, que explican el comportamiento de la placa una vez atravesado el punto de fluencia del material, y experimentos prácticos para derivar una relación matemática semiempírica entre la carga transversal y la deformación  $w_p$ , la cual es si es grande, se deberá usar una conjunción de teoría de las grandes deformaciones y la teoría elastoplástica.

Se pueden hacer diferentes análisis en la zona plástica de una placa, pero en este caso se hará un análisis de la zona de estricción, es decir, la rotura de la placa.

Una forma de agilizar estos cálculos es la de generar un parámetro no-dimensional de la placa, llamado esbeltez:

$$\beta = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad (2.82)$$

Con la que se pueden dividir las placas en dos tipos:

1.  $\beta > 2,4$ ; Placas esbeltas.
2.  $\beta < 2,4$ ; Placas robustas.

En las placas robustas, la deformación relativa  $\frac{w}{t}$  generalmente va a ser pequeña dado que es proporcional a  $\left(\frac{b}{t}\right)^4$ , igualmente para deformación inicial o para deformaciones creadas por una carga. Gracias a esto, los efectos de membrana en placas robustas son prácticamente despreciables, incluso antes del punto de fluencia, por lo tanto, la teoría elastoplástica es suficiente para el análisis de falla.

Sin embargo, para las placas esbeltas, las deformaciones van a ser mayores para la misma carga, por lo tanto, los efectos de membrana serán mucho mayores, tanto, que se requerirá de la teoría de las largas deformaciones juntamente con la teoría elastoplástica.

Según (Hughes & Paik, 2010), las placas navales que son sujetas sobre todo a cargas transversales son placas robustas, por lo que, en este análisis de falla, solo se usará la teoría elastoplástica.

Se considerará en una placa infinitamente larga, con una presión transversal uniforme que afecta también a las placas contiguas, y con bordes fijos y libres de traccionar hacia dentro un elemento unitario.

Con estas condiciones, la placa se dobla por primera vez en los bordes empotrados, por arriba y por abajo, y cuando este punto penetra la placa por su espesor, se crea una rótula plástica por el borde. A partir de entonces las deformaciones permanentes aumentan en proporción al aumento de la carga.

La tensión máxima en la superficie de la placa normal a los bordes empotrados viene dada por:

$$\sigma_x = \frac{1}{2}p \left(\frac{b}{t}\right)^2 \quad (2.83)$$

Y según la ley de Hooke  $\sigma_y = \nu\sigma_x$ , por lo que el valor de  $\sigma_x$  que iniciara la deformación inicial es:

$$(\sigma_x)_Y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{1 - \nu + \nu^2}} \quad (2.84)$$

El módulo de sección de nuestro elemento unitario es  $Z = \frac{t^2}{b}$ , y si  $m_y$  es el momento de flexión por unidad de ancho correspondiente a la deformación inicial:

$$\frac{m_Y}{Z} = \sigma_y \rightarrow m_Y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{1 - \nu + \nu^2}} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.85)$$

La presión que causa deformación inicial:

$$p_Y = \frac{2\sigma_y}{\sqrt{1 - \nu + \nu^2}} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.86)$$

Definiendo un parámetro no dimensional:

$$Q = \frac{pE}{\sigma_y^2} \quad (2.87)$$

Que usando el parámetro de esbeltez (2.38) y (2.86):

$$Q_Y = \frac{2}{\sqrt{1 - \nu + \nu^2}} \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 \quad (2.88)$$

Como se dijo previamente, al aumentar la presión, se crean rótulas plásticas, siendo el momento plástico:

$$m_P = \frac{\sigma_y}{\sqrt{1 - \nu + \nu^2}} \frac{t^2}{4} = 1,5m_Y \quad (2.89)$$

Y la presión correspondiente:

$$p_{EH} = \frac{3\sigma_y}{\sqrt{1 - \nu + \nu^2}} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.90)$$



Definiendo un parámetro no dimensional:

$$Q_{EH} = \frac{3}{\sqrt{1-v+v^2}} \left( \frac{1}{\beta} \right)^2 \quad (2.91)$$

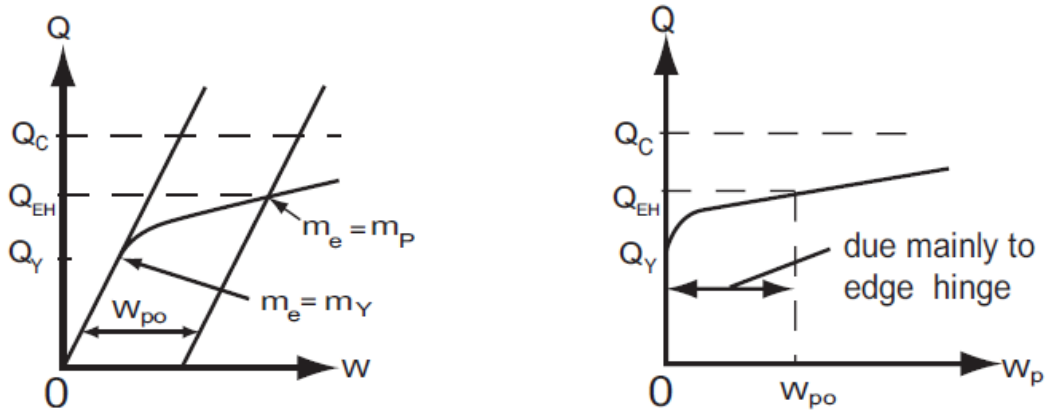


Figura 7: Curvas de Carga-Deformación y carga-deformación permanente de una placa infinitamente larga. Fuente: (Hughes & Paik, 2010)

Como se ve en la figura 7, los parámetros ya definidos  $Q_Y$  representan la zona elástica,  $Q_{EH}$  la zona elastoplástica (de fluencia) y se requiere la creación de una tercera rótula plástica para una rotura completa de la placa. También, se ve que el comienzo y el desarrollo primigenio de las deformaciones permanentes se deben enteramente a las rótulas de los bordes.

Por lo tanto, se debe examinar el desarrollo de la plasticidad en el eje y la relación entre el momento final  $m_E$  y la deformación permanente.

En la zona desde  $m_E = m_Y$  hasta  $m_E = m_P$ , si el momento flector se incrementa diferencialmente  $dm_E$ , la región plástica crece y penetra en el espesor, la deformación no puede aguantar más momento flector por lo que esta carga se aguanta solamente por la capa interior del espesor  $t_r$ .

El incremento de la curvatura  $d\phi = \frac{dm}{EI_r}$  siendo  $I_r = \frac{t_r^3}{12}$ , pero si el momento flector decrece, deja una curvatura  $\phi_P$ :

$$\phi_P(m_E) = \int_{m_Y}^{m_E} \left( \frac{1}{EI_r} - \frac{1}{EI} \right) dm_E \quad (2.92)$$

Definiendo un momento flector adimensional post fluencia:

$$\mathcal{M}_e = \frac{m_E - m_Y}{m_P - m_Y} = \frac{m_E - m_Y}{\frac{m_P}{3}} \quad (2.93)$$

En términos de  $\mathcal{M}_e$ , (2.92):

$$\phi_P(\mathcal{M}_e) = \frac{4m_P}{Et^3} \int_0^{\mathcal{M}_e} \left( \frac{t^3}{t_r^3} - 1 \right) d\mathcal{M}_e \quad (2.94)$$

En la figura 8, se muestra la distribución de tensiones en fluencia, cuyo equilibrio requiere que:

$$m_E = \left( \frac{t_r^3}{6} + \frac{t^3 - t_r^3}{4} \right) (\sigma_x)_Y \quad (2.95)$$

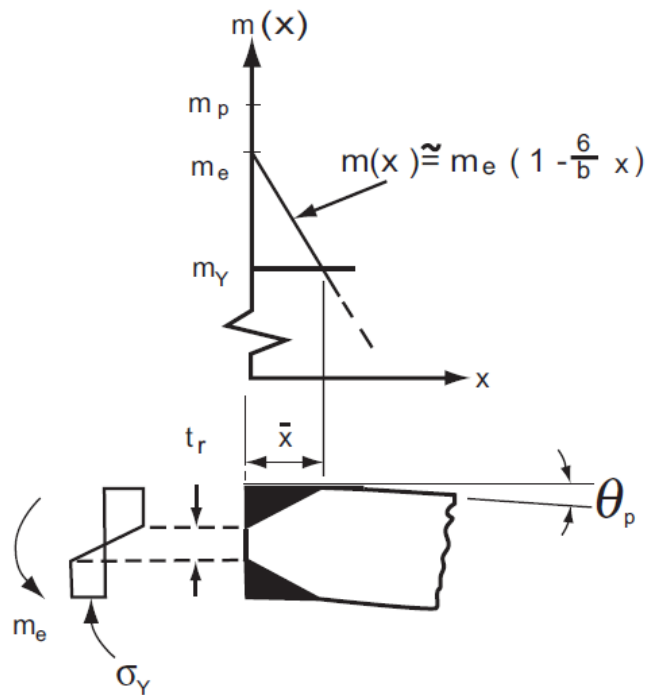


Figura 8: Condición en el borde de una placa empotrada. Fuente: (Hughes & Paik, 2010)

Substituyendo (2.85) y (2.95) dentro de (2.93) tenemos:

$$\mathcal{M}_e = 1 - \frac{t_r^2}{t^2} \quad (2.96)$$

$$\frac{t^3}{t_r^3} = \frac{1}{(1 - \mathcal{M}_e)^{\frac{3}{2}}}$$

Por lo que:

$$\phi_P(\mathcal{M}_e) = \frac{4m_P}{Et^3} \left[ \frac{2}{\sqrt{1 - \mathcal{M}_e}} - 2 - \mathcal{M}_e \right] \quad (2.97)$$

Como se ve en la figura 9, la deformación permanente aumenta abundantemente durante la creación de la rótula, dado que a partir de  $Q_{EH}$  la placa se empieza a comportar como si estuviese simplemente apoyada. Sin embargo, el rango hasta llegar a  $Q = Q_{EH}$  la superficie de la placa se mantiene una curva lisa, dado que no hay una rótula central.

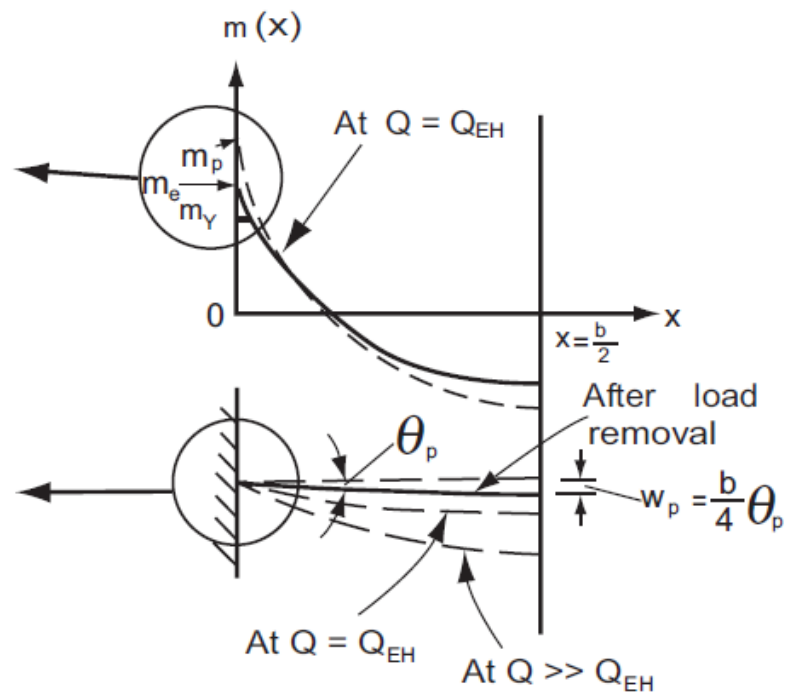


Figura 9: Efecto en la placa al quitarse la carga. Fuente: (Hughes & Paik, 2010)

Si la placa ha entrado en zona plástica y se retira la carga, una vez formadas las rótulas plásticas, vuelve a un estado con una curva parabólica con un ángulo permanente  $\theta_P$  respecto a la placa recta.

La deformación permanente  $w_p$  es aproximadamente  $= \frac{\theta_P b}{4}$ .

La curvatura  $\theta_P$  permanente ocurre en la zona plástica:  $\bar{x}$ , que depende de la magnitud de la carga y de el momento  $m_E$ , además, el momento flector esta en función de la posición  $m_x = m$ , por lo que se puede hacer una aproximación:

$$m_x - m_e - \frac{6}{b} m_e x \quad (2.98)$$

Por lo que  $\mathcal{M}_x$  será:

$$\mathcal{M}_x = \mathcal{M}_e - 6 \frac{x}{b} (2 + \mathcal{M}_e) \quad (2.99)$$

La longitud de la zona plástica se consigue igualando  $m_x = m_Y$ , o  $\mathcal{M}_x = 0$  por lo que:

$$\bar{x} = \frac{\frac{b}{6} \mathcal{M}_e}{2 + \mathcal{M}_e} \quad (2.100)$$

Que adoptando el valor estimado de la deformación permanente:

$$w_p \approx \frac{\theta_P b}{4} = \frac{b}{4} \int_0^{\bar{x}} \phi_P [\mathcal{M}_x] dx \quad (2.101)$$

Por lo tanto, la ecuación (2.97) se puede generalizar para expresar la curvatura en un punto arbitrario dentro de la zona plástica donde el momento flector es  $\mathcal{M}_x$ :

$$\phi_P(\mathcal{M}) = \frac{4m_P}{Et^3} \left[ \frac{2}{\sqrt{1 - \mathcal{M}}} - 2 - \mathcal{M} \right] \quad (2.102)$$

Para continuar, debemos realizar la integral de (2.101):

$$X = \mathcal{M}_X = \mathcal{M}_e - 6 \frac{x}{b} (2 + \mathcal{M}_e) \quad (2.103)$$

$$dx = -b \frac{dx}{6} (2 + \mathcal{M}_e)$$

Que en  $x = 0$ ,  $X = \mathcal{M}_e$ , y en  $x = \bar{x}$ ,  $X = 0$ , en conjunción con (2.102) y (2.101)

$$w_p = \frac{4m_p}{Et^3} \frac{b}{24} \int_0^{\mathcal{M}_e} \frac{\left( \frac{2}{\sqrt{1-X}} - 2 - X \right) dx}{2 + \mathcal{M}_e} = \frac{m_p b^2}{6Et^3} F(\mathcal{M}_e) \quad (2.104)$$

Donde:

$$F(\mathcal{M}_e) = \left[ 4(1 - \sqrt{1 - \mathcal{M}_e}) - 2\mathcal{M}_e - \frac{\mathcal{M}_e^2}{2} \right] \frac{1}{2 + \mathcal{M}_e} \quad (2.105)$$

Que substituyendo (2.82) y (2.89):

$$w_p = \frac{\beta^2}{24\sqrt{1-v+v^2}} F(\mathcal{M}_e) \quad (2.106)$$

Cuando la rótula en el borde se completa  $\mathcal{M}_e = 1$  y el valor correspondiente de  $F(\mathcal{M}_e) = 0,5$ , entonces el valor de  $w_p$  en este estado se le denomina  $w_{p0}$ :

$$\frac{w_{p0}}{t} = \frac{\beta^2}{48\sqrt{1-v+v^2}} \quad (2.107)$$

En este cálculo, se suponía una plancha infinitamente larga, pero con datos experimentales aportados por (Clarkson, 1962) y (Konieczny & Bogdaniuk, 1999), y por análisis de elementos finitos, se ha conseguido un cálculo para placas de aspecto finito:

$$\frac{w_{p0}}{t} = \frac{\beta^2}{48\sqrt{1-v+v^2}} + (0,36 + 0,33\beta) \frac{b}{a} \quad (2.108)$$

Para tener una relación adimensional de la deformación permanente, definimos un ratio  $R_w$  entre la deformación permanente  $w_p$  y el valor de la rótula plástica en el borde  $w_{p0}$ :

$$R_w = \frac{w_p}{w_{p0}} = 2F(\mathcal{M}_e) = \frac{2}{2 + \mathcal{M}_e} \left[ 4(1 - \sqrt{1 - \mathcal{M}_e}) - 2\mathcal{M}_e - \frac{\mathcal{M}_e^2}{2} \right] \quad (2.109)$$

Esta ecuación representa la curva del momento flector final respecto a la deformación permanente creada por la última rótula plástica. Para nuestra aplicación, necesitamos  $\mathcal{M}_e$  en función de  $R_w$ :

$$R_w(\mathcal{M}_e) = \frac{w_p}{w_{p0}} \cong 1 - (1 - \mathcal{M}_e^3)^{\frac{1}{3}} \quad (2.110)$$

Que eligiendo el símbolo  $T(R_w)$  que describe la transición de la curva vertical hacia una línea horizontal cuando  $\mathcal{M}_e = 1$ :

$$\mathcal{M}_e = T(R_w)$$

$$T(R_w) = [1 - (1 - R_w)^3]^{\frac{1}{3}} \text{ para } R_w \leq 1 \quad (2.111)$$

$$T(R_w) = 1 \text{ para } R_w \geq 1$$

$\mathcal{M}_e$  es linealmente proporcional por definición al incremento de momento flector desde  $m_Y$  hasta  $m_P$ , de la misma forma es linealmente proporcional al parámetro  $Q$ , por lo que es también proporcional al incremento de los parámetros de carga desde  $Q_Y$  hasta  $Q_{EH}$ , por lo que:

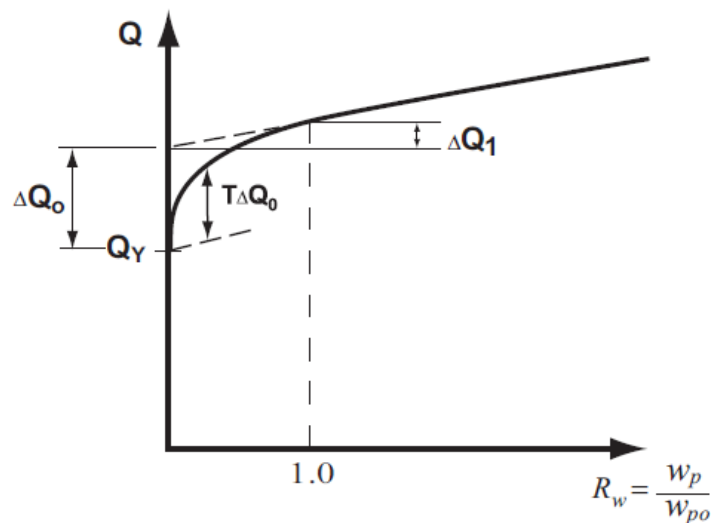
$$Q = Q_Y + (Q_{EH} - Q_Y)T(R_w) \quad (2.112)$$

Y dado que  $Q_{EH} = 1.5Q_Y$

$$Q = Q_Y + \frac{Q_Y}{2} T(R_w)$$

En este análisis, nos estamos basando en que una placa forma 3 rótulas plásticas, siendo la tercera la destructiva, porque se está realizando en un análisis de una placa infinitamente larga. En una placa finita, se crean 4 rótulas plásticas en los bordes de la placa, por lo que absorben extensamente más carga, la deformación es mucho más gradual e incluso se pueden llegar a formar esfuerzos de membrana.

En una placa finita, se ha determinado experimentalmente que cuando se sobrepasa  $Q_{EH}$ , el aumento de  $w_p$  es lineal respecto a la carga, dado que, una vez creadas las rótulas en los bordes, ya no puede haber ningún cambio más en los bordes que soporten la carga.



*Figura 10: Parámetro de carga respecto al parámetro de deformación permanente en una placa finita. Fuente: (Hughes & Paik, 2010)*

El comienzo de la deformación permanente es en  $Q_Y$ , que se calcula con la teoría elástica. La curva a partir se diferencia en dos partes  $\Delta Q_0$  y  $\Delta Q_1$ , que son la ubicación de la intersección de la parte recta de la curva y el incremento de carga en el final de la zona de transición respectivamente, cuyo análisis viene definido por:

$$Q = Q_Y + T(R_w) \left[ \Delta Q_0 \left( \frac{a}{b}, \beta \right) + \Delta Q_1 \left( \frac{a}{b}, \beta \right) (R_w) \right] \quad (2.113)$$

Siendo los paréntesis la dependencia funcional.

## **2.5 Cálculo por elementos finitos**

La gran cantidad de formas de placa, condiciones de contorno aplicables con diferentes tipos de fuerzas aplicadas sobre una placa hacen prácticamente imposible un cálculo teórico universal y genérico. Como se explicará con posterioridad, los métodos de cálculo teóricos para lograr que, en la ecuación diferencial de la flexión de las placas, las condiciones de contorno se cumplan son casi inexistentes, y todos ellos son para cálculos de una placa específica o con unas condiciones de contorno específicas.

Por lo tanto, para poder realizar cálculos de placas cuyos resultados teóricamente son imposibles, se deben utilizar otro tipo de sistemas, como, por ejemplo, el método de los elementos finitos o MEF, (FEM en inglés).

Este método es un método de aproximación de problemas continuos, en los cuales no es posible separar, a priori, el sistema en un número finito de elementos estructurales discretos.

En una estructura discreta, su deformación viene definida por un número finito de parámetros que juntos conforman el vector de deformaciones  $\Delta$ , y la estructura tiene tantas formas de deformarse como términos tenga dicho vector. Un medio continuo tiene infinitas e independientes formas posibles de deformarse, ya que cada punto puede desplazarse manteniendo fijos cualquier número finito de los puntos restantes.

La configuración de la deformada no puede venir dada por un vector finito  $\Delta$  como el anterior, sino que es una función vectorial  $u$ , que indica cuáles son las deformaciones de cualquier punto, y que tiene tres componentes escalares:

$$u = \begin{bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{bmatrix} \quad (2.114)$$



Esta función es la solución de la ecuación diferencial que gobierna el problema que debería cumplir las condiciones de contorno impuestas, pero en principio no puede asegurarse que esta función tenga una expresión analítica manejable, ni siquiera que pueda calcularse. Entonces, esta función vectorial no puede ser conocida al inicio del problema.

Por lo tanto, el Método de los elementos finitos recurre a la discretización del elemento, que se basa en que la estructura continua se divide por medio de líneas o superficies en una serie de regiones contiguas y disjuntas entre sí, de formas geométricas sencillas y normalizadas, llamadas elementos o dimensiones finitas, los cuales se unen entre sí en un número finito de puntos, llamados nodos. Estos desplazamientos nodales considerados independientes son las incógnitas de nuestro problema, y el conjunto de ellos determinan unívocamente la deformación total de la estructura.

El desplazamiento de un punto cualquiera viene unívocamente determinado por los desplazamientos de los nodos del elemento al que pertenece el punto. Para ello se definen para cada elemento unas funciones de interpolación que permiten calcular el valor de cualquier desplazamiento interior de los elementos por interpolación de los desplazamientos nodales. Estas funciones de interpolación serán de tal naturaleza que se garantice la compatibilidad de deformaciones necesaria en los contornos de unión entre los elementos.

Los desplazamientos nodales y las funciones de interpolación son lo que definen el estado de las deformaciones dentro del elemento y en sus bordes, definiendo el estado de tensiones en el elemento usando ecuaciones constitutivas.

Una especificación para tener en cuenta en este método es que en un elemento no tiene por qué cumplirse en la totalidad todas las condiciones de contorno, o las ecuaciones constitutivas específicas del problema en general, es decir, en un elemento específico de un problema específico estático, la suma de sus fuerzas puede no ser igual a 0, pero en el problema sí que lo será.

Hay que tener en cuenta que la función solución es aproximada dentro de cada elemento, apoyándose en un número finito de parámetros, que son los valores de dicha función en los nodos que configuran el elemento y a veces sus derivadas, por lo que la

unión de la función solución de cada elemento forma una función solución total, la cual es también aproximada.

En los cálculos con los elementos finitos, se deben usar también los mismos tipos de ecuaciones que para la ecuación diferencial de la flexión de la capa, es decir, debes generar unas deformaciones unitarias, unas ecuaciones constitutivas y finalmente la ecuación de equilibrio de un elemento, la cual es la misma para todos los elementos del problema.

El método de cálculo de los elementos finitos referido a las placas, pero también en muchos ámbitos de la ingeniería, se empezó a usar de forma extensa cuando empezaron a haber elementos de computación que pudiesen realizar unos cálculos que, de otra forma, hubiesen sido laboriosos y afanosos. En este trabajo se utilizará un programa de computación que usa este método como método de comparación, en este caso ANSYS.

### 3. DESARROLLO

#### 3.1 Desarrollo teórico

Matemáticamente la ecuación diferencial en derivadas parciales que gobierna el comportamiento de una placa se clasifica entre las de cuarto orden con coeficientes constantes. La solución de la ecuación diferencial de la placa debe satisfacer las condiciones de contorno por lo que teóricamente es posible encontrar dicha solución en muy pocas situaciones. Por lo tanto, y como se detallará a continuación, para facilitar unos cálculos que sin ayuda computacional serían complicados se han realizado ecuaciones numéricas lineales y no lineales usando datos recabados de forma práctica y análisis teóricos.

##### 3.1.1 Pequeñas deformaciones

Una de las hipótesis básicas de la ecuación diferencial es que la deformación en la placa es pequeña en comparación con el espesor, dado que en tal caso el efecto de membrana que desarrolla la placa no tiene efecto y solo actúa la propia deflexión. En este caso, se obtendrán resultados de 3 formas diferentes:

- Una solución específica para placas rectangulares con bordes simplemente apoyados propuesta por Navier.
- Soluciones tabuladas propuestas en (Massa, Giró, & Giudici, 2017) basados en el manual Roark's Formulas for Stress and Strain (Young & Budynas, 2002)
- Solución aproximada con el uso de los Elementos Finitos mediante el programa Ansys.

##### 1. Solución de Navier

Los teoremas de Fourier establecen que una función real  $f_{(x)}$  puede expresarse mediante la suma infinita de ondas senoidales y cosenoidales superpuestas.

$$f_{(x)} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{2n\pi x}{T} + b_n \sin \frac{2n\pi x}{T} \right) \quad (3.1)$$

Donde  $a_n$  y  $b_n$  son los coeficientes de Fourier del desarrollo que vienen dados por:

$$\begin{aligned}a_0 &= \frac{2}{T} \int_0^T f(x) dx \\a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cos \frac{2n\pi x}{T} dx \\b_n &= \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \sin \frac{2n\pi x}{T} dx\end{aligned}\tag{3.2}$$

Siendo  $T$  el periodo de la función  $f(x)$ .

Aplicando una serie de Fourier doble, Navier presento una solución forzada, es decir, que implica automáticamente unas determinadas condiciones de contorno del borde de la placa, para placas simplemente apoyadas en sus cuatro lados usando series de Fourier dobles, transformando una ecuación diferencial en una ecuación algebraica.

En una placa rectangular simplemente apoyada en los 4 bordes de longitudes  $a$  y  $b$  respectivamente, la flecha  $w_{(x,y)}$  se puede representar con la serie doble siguiente:

$$w_{(x,y)} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b}\tag{3.3}$$

La cual satisface automáticamente las condiciones en los 4 bordes apoyados:

$$\begin{aligned}w_{xy}|_{x=0, x=a, y=0, y=b} &= 0 \\m_x|_{x=0, x=a} &= 0 \\m_y|_{y=0, y=b} &= 0\end{aligned}\tag{3.4}$$

La función flecha  $w_{(x,y)}$  es nula, como sus segundas derivadas en los bordes  $x=0, x=a, y=0, y=b$  en los senos y cosenos.

La carga  $q_{(x,y)}$  se desarrolla de igual forma:

$$q_{(x,y)} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (3.5)$$

Con:

$$q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q_{(x,y)} dx dy \quad (3.6)$$

La condición de que la función  $w_{(x,y)}$  satisfaga la ecuación diferencial de la placa para cada término del desarrollo armónico la ofrece la siguiente relación:

$$\begin{aligned} w_{mn} \left[ \frac{m^4 \pi^4}{a^4} + 2 \frac{m^2 n^2 \pi^4}{a^2 b^2} + \frac{n^4 \pi^4}{b^4} \right] \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \\ = \frac{1}{D} q_{mn} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Que se obtiene gracias a (2.38), (3.3), (3.6)

De donde se obtiene:

$$w_{mn} = \frac{q_{mn}}{D \pi^4 \left[ \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2} \quad (3.8)$$

Que en (3.3):

$$w_{(x,y)} = \frac{1}{D \pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q_{mn}}{\left[ \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (3.9)$$

Por lo tanto, conocida la flecha, es sencillo determinar los esfuerzos relacionados con la misma para cada término del desarrollo armónico en función de la amplitud de la carga  $q_{mn}$ .

En el desarrollo de las series de Fourier, hay que elegir valores de m y n impares, puesto que si se aplica una carga uniforme de valor  $q_0$  se obtienen las siguientes relaciones en su desarrollo armónico:

$$\begin{aligned} q_{mn} &= \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q_0 \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} dx dy \\ &= \frac{4q_0}{mn\pi^2} (1 - \cos m\pi)(1 - \cos n\pi) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Por lo que si m y n son pares  $q_{mn} = 0$ ; y si son números enteros impares:

$$q_{mn} = \frac{16q_0}{mn\pi^2} \quad (3.11)$$

Por lo tanto, se pueden poner como ejemplo estas series de números:

<b>n</b>	<b>m</b>
1	1
1	3
1	5
3	1
3	3
3	5
5	1
5	3
5	5

Con (3.11) se puede finalizar el desarrollo de Navier:

$$w_{(x,y)} = \frac{16q_0}{D\pi^6} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{mn \left[ \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (3.12)$$

Conocida la flecha  $w_{(x,y)}$  es sencillo determinar los esfuerzos que derivan de ella:

$$M_x = \frac{1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \frac{\frac{m^2}{a^2} + v \frac{n^2}{b^2}}{\left[ \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (3.13)$$

$$M_y = \frac{1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \frac{v \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}{\left[ \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (3.14)$$

$$M_{xy} = \frac{1-v}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \frac{\frac{m}{a} + \frac{n}{b}}{\left[ \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (3.15)$$

$$Q_x = \frac{1}{\pi a} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \frac{m}{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \cos \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi y}{b} \quad (3.16)$$

$$Q_y = \frac{1}{\pi b} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \frac{n}{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (3.17)$$

## **2. Soluciones tabuladas**

El uso de las fórmulas propuestas se basa en las siguientes supuestos:

- La placa es plana, de espesor uniforme y de un material isotrópico.
- El espesor no será mayor que un cuarto del lado menor de la placa y la deformación máxima no puede ser mayor que la mitad del espesor.
- Las cargas son transversales a la placa (Normales al plano de la placa)
- Debe estar siempre en zona elástica

Estos supuestos cumplen con las hipótesis iniciales del trabajo, por lo cual se pueden usar estas fórmulas.

Hay que indicar, sin embargo, que estas fórmulas se basan en aproximaciones analíticas y pueden ser aceptadas como suficientemente precisas mientras que los supuestos sean verdaderos, además que, en una placa real en una construcción real, las condiciones de contorno exactas son inexistentes, por lo tanto, incluso una pequeña carga en la línea de contacto puede alterar gravemente la tensión y la deformación de la placa. Debido a esto, se deberán usar estas soluciones con un gran sobredimensionamiento para evitar fallos catastróficos en la placa.

Para poder realizar el dimensionamiento se usará la siguiente formula:

$$\frac{w_{m\acute{a}x}}{h} = \delta \frac{q}{E} \left( \frac{c}{h} \right)^4 \quad (3.18)$$

Donde:

$w_{m\acute{a}x}$  = Deformación máxima.

$h$  = Espesor.


$\delta = \frac{1-\nu^2}{\delta_0}$  Coeficiente.

$q$  = Carga Uniforme Transversal.

$E$  = Módulo de Young.

$c$  = Lado corto de la placa.

El dato  $\delta_0$  del coeficiente se consigue mediante la siguiente tabla:

	Lados	$\delta_0$
	Apoyados	$6,4 + 14,3 \alpha^3$
	Empotrados	$32(1 + \alpha^4)$
	Cortos apoyados Largos empotrados	$32 + 9,8 \alpha^4$

Donde:

$$\alpha = \frac{c}{l}$$



### **3.1.2 Grandes Deformaciones**

Cuando una placa se empieza a deformar más allá del límite correspondiente a pequeñas deformaciones, en la placa aparece otro tipo de esfuerzo que contribuye a resistir la carga, como explicado previamente se le denomina el esfuerzo de membrana, modificando las propiedades de la placa haciéndola extensamente más resistente. Este nuevo efecto cambia la forma del análisis de una manera increíble, dado que el análisis cambia de un problema altamente lineal, a un problema no lineal.

Debido a esto, un análisis únicamente teórico no es viable, por lo que se usaran los datos tabulados del manual de Roark's Formulas for Stress and Strain (Young & Budyinas, 2002) y el programa ANSYS cuyo uso se basa en los elementos finitos.

#### **1. Roark's Formulas for Stress and Strain**

Los datos tabulados que nos ofrecen son parámetros de soluciones analíticas propuestas por (Levy, 1942) y (Wang, 1948), los cuales fueron analizados y comparados con datos experimentales.

Se propone un coeficiente  $\psi$ :

$$\psi = \frac{qb^4}{Et^4} \quad (3.19)$$

Donde  $q$  es la presión uniforme transversal a la placa,  $b$  es el lado corto o ancho de la placa,  $E$  es el Módulo de Young del material y  $t$  el espesor de la placa.

Con este coeficiente se relaciona junto a los parámetros adimensionales  $a/b$  y  $w/t$ , siendo al lado largo y  $w$  la deformación máxima en la siguiente tabla:

		$\Psi$											
Tipos	a/b		0	5	12,5	25	50	75	100	125	150	175	1000
1	1	w/t	0	0,16	0,43	0,65	0,93	1,13	1,26	1,37	1,47	1,56	1,77
2	1,5		0	0,31	0,625	0,879	1,18	1,37	1,53	1,68	1,77	1,88	2,12
3	2		0	0,36	0,696	0,946	1,24	1,44	1,6	1,72	1,84	1,94	2,2
4	1		0	0,07	0,165	0,32	0,59	0,8	0,95	1,08	1,19	1,28	1,54
5	1,5		0	0,124	0,28	0,51	0,825	1,07	1,24	1,4	1,5	1,63	1,86

Cada fila está numerada descendientemente, y esos números se refieren a las condiciones de contorno de la placa, y son:

- 1 a 3 la placa esta simplemente apoyada, y hay datos para 3 parámetros de  $a/b$ : 1, 1,5 y 2 a infinito;
- 4-5 son placas cuyos bordes están empotrados, con unos parámetros de  $a/b$  de 1 y 1,5 a infinito.

Para placas cuyo valor no se encuentre específicamente entre esos parámetros de  $a/b$ , se extrapola entre los datos ofrecidos entre ellos.

Para una placa específica con un largo y ancho específico, se determinará primero su condición de contorno, seguidamente su relación  $a/b$ , y en esa fila se dará el parámetro  $w/t$  para un determinado  $\psi$ .

### ***3.1.3 Elementos finitos***

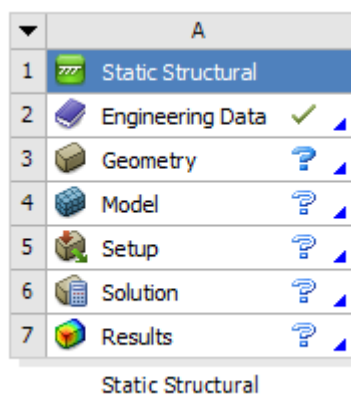
El análisis mediante los elementos finitos se realiza de forma computacional, por medio del programa ANSYS.

ANSYS es un programa de diseño, análisis y simulación de partes por elementos finitos de piezas sometidas a fenómenos físicos como esfuerzos, cargas térmicas, fluidos etc.

En este análisis, se detallará el uso del programa ANSYS para realizar estudios de comportamiento de placas de uso naval sometidas a fuerzas transversales, por lo tanto, la explicación de la forma de uso del programa y de sus aplicaciones más allá del área de estudio es irrelevante.

Para comenzar, la parte del programa inicial es lo que denominan “*Workbench*”, que es la interfaz primaria donde se encuentran el compendio de elementos requeridos para realizar el análisis buscado.

Lo primero que se debe de hacer es seleccionar el tipo de “*Analysis Systems*” que requerimos, en este caso el sistema más adecuado es “*Static Structural*”, el cual determina los desplazamientos, tensiones, deformaciones y fuerzas en estructuras o componentes causadas por cargas que no inducen efectos de inercia y amortiguación significativos.



*Figura 11: Sistema de diseño Static Structural. Fuente: software ANSYS*

En la figura 11 se ve una imagen de los 6 apartados que nos ofrece, los cuales se explicaran brevemente los 3 primeros:

- Engineering Data

En el apartado de datos de ingeniería se encuentra la zona donde se definen las características del material a usar en tu simulación, como por ejemplo el coeficiente de expansión térmica, la curva S-N de fatiga, el coeficiente de Poisson, el Módulo de Young propio del material etc.

Se pueden definir también propiedades plásticas de material, criterios de fractura, daños de material, pero los elementos requeridos en el análisis solo requieren de datos en la zona elástica.

En el caso del estudio que conviene, dado que no hacemos un estudio plástico con los elementos finitos, solo interesa el análisis elástico, y dentro del mismo solo nos interesa el Módulo de Young y el coeficiente de Poisson del material de la placa a dimensionar.

Contamos con un acero estructural predeterminado ofrecido por ANSYS con coeficiente de Poisson de 0,3 y Módulo de Young de 200000MPa

- Geometry

En este apartado se encuentra un programa tipo CAD llamado SpaceClaim, cuyo uso más que nada es para editar archivos CAD previamente realizados y realizar pequeños ajustes, aunque también se puede construir tu objeto en él.

Consta de diseño en 2D con extrusiones para crear geometrías en 3D, además de un sistema de ensamblaje para juntar los diferentes elementos que conformen la pieza.

Este estudio se basa en los análisis de placas navales, por lo que en este apartado solo se requerirá crear placas rectangulares de largo  $x$ , ancho  $y$  y espesor  $t$ , siendo el espesor mucho más pequeño que los lados de la placa. Por ejemplo:



*Figura 12: Diseño general de placa en ANSYS. Fuente elaboración propia*

Una vez creada este diseño, se puede modificar para acomodarla a los datos de largo, ancho y espesor requeridos para el estudio específico.

- Model

Una vez insertada la pieza en el apartado “*geometry*”, el apartado “*model*” se volverá útil.

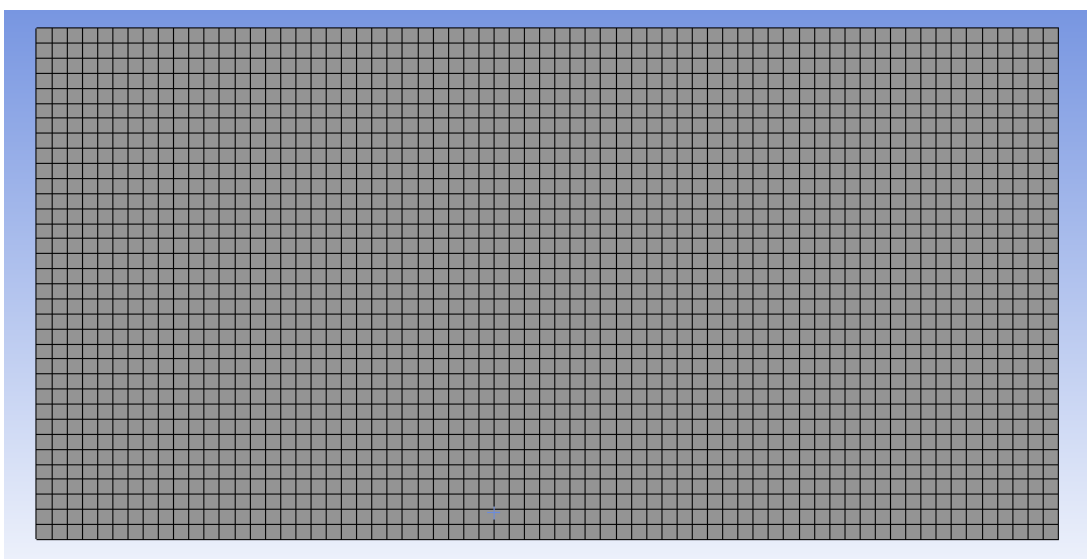
Una vez se entra, aparece la pieza previamente insertada en el anterior apartado, y ya se puede comenzar a realizar las preparaciones necesarias para poder aplicar el Método de los elementos finitos a la pieza en cuestión.

Comenzando por el “*mesh*”, o mallado de la figura, se aplica una distribución de figuras geométricas en toda la superficie de la pieza, pudiendo estas ser triangulares, cuadradas, hexagonales... Sin embargo, en una pieza tan simple como una placa no altera más la forma de la figura sino el tamaño de los elementos.

Si un elemento es relativamente grande, y todos los elementos de la figura son del mismo tamaño, el análisis matemático adherido a los nodos de los elementos será en

cantidad menor a si los elementos son más pequeños, además de que la interpolación de cada punto del elemento será más imprecisa pues la superficie del elemento es mayor. En el caso donde los nodos son relativamente más pequeños, hay más nodos en total donde se realizan los cálculos matemáticos, y la interpolación entre los nodos y cualquier punto dentro del elemento en cuestión es mucho más precisa.

Por lo tanto, se busca la cantidad de elementos óptima entre precisión y tiempo de computación. Como ejemplo, la figura 12 muestra un mallado cuadrangular en la placa mostrada en la figura 11.



*Figura 13: Mallado ejemplo de una placa genérica. Fuente elaboración propia*

Para ayudar en este caso, se puede elegir dentro del apartado de mallado una opción que cambie el orden de los elementos:

Se imagina un elemento cuadrado, de longitud  $x$ , en el cual se encuentran una determinada cantidad de nodos dependiendo de el orden específico de nuestro elemento, si es linear tendrá 4 nodos, uno en cada borde, por lo tanto, en cada uno de esos nodos se calculará el estado tensional y la deformación unitaria.

Sin embargo, ANSYS da la opción de cambiar el orden de cada elemento a cuadrático, que significa que, en nuestro elemento cuadrado, aparte de haber 4 nodos en los bordes, habrá además 4 nodos más en el medio de cada línea, por lo que habrá en total 8 nodos en nuestro elemento, con los cambios que ello conlleva en la interpolación dentro de cada elemento.

El uso de esta opción en el estudio se decidirá posteriormente comparando en un análisis de una placa específica resultados de deformación, y se usará la opción con mejor aproximación.

Para las áreas más pequeñas de la placa cuyo ancho es el espesor, se puede usar un método de refinado de mallado, en el cual se elige un área donde tu mallado general no afecta y se puede generar un diferente tipo de mallado, más pequeño y específico, pero dado que es en estas áreas donde se encuentran físicamente las condiciones de contorno, no habrá deformación unitaria en los elementos adyacentes (obviamente en un estudio elástico), aun así, se comparará posteriormente los resultados de deformación en los casos específicos.

Una vez creado nuestro mallado, empieza el análisis estructural de nuestra figura. En el apartado “*analysis settings*” nos encontramos un listado de opciones del cálculo que se quiere reproducir, siendo el único apartado de interés del estudio la opción de “*large deflection*”, largas deformaciones, la cual si está en “*on*” se usan criterios de convergencia para decidir si la solución está en equilibrio, lo cual en el caso donde se producen largas deformaciones no es el caso, dado que el esfuerzo de membrana también está presente, por lo tanto se actualiza la matriz de rigidez con nuevos parámetros y se itera hasta que se consigue el resultado, el cual es una solución altamente no lineal. Si está en “*off*” la matriz de rigidez se invierte y se multiplica por el vector fuerza para resultar en el desplazamiento, resultando en una solución linear.

Una vez estas en el apartado “*Static Structural*” se activan las opciones de análisis estructural requeridas, como por ejemplo colocar fuerzas simples en el lugar deseado de la pieza, momentos, presiones... cargas en su modo más genérico que simulen una acción real que le ocurriría a la pieza en una situación real.

En el caso del estudio requerido, solo se aplicará una presión uniforme transversal al área conformada por largo x ancho de la placa, por lo cual lo único que se debe de hacer es aplicar la opción presión en el área geométrica deseada.

Otra exigencia del estudio son la aplicación de las condiciones de contorno, cuya especificación altera el análisis matemático de todos los elementos. Para ello, se pueden definir puntos, áreas, bordes o cuerpos enteros con condiciones de contorno estándar, como por ejemplo empotrados “*fixed*” o simplemente apoyado “*Simply Supported*” para simular estas condiciones en la pieza requerida. En el caso de la

primera, el programa ANSYS da una opción de simular un empotramiento directamente en cualquier elemento geométrico, por lo que, para realizar un análisis de una placa empotrada, se debe aplicar la condición “*fixed*” a las 4 áreas cuya altura es el espesor y cuyo ancho son los lados largo y corto.

Para simular una placa con bordes simplemente apoyados, se requiere utilizar dos veces la misma condición, llamada “*displacement*”, el cual permite aplicar a cualquier geometría una condición de fijación, es decir, que no se pueda producir movimiento en el eje fijado.

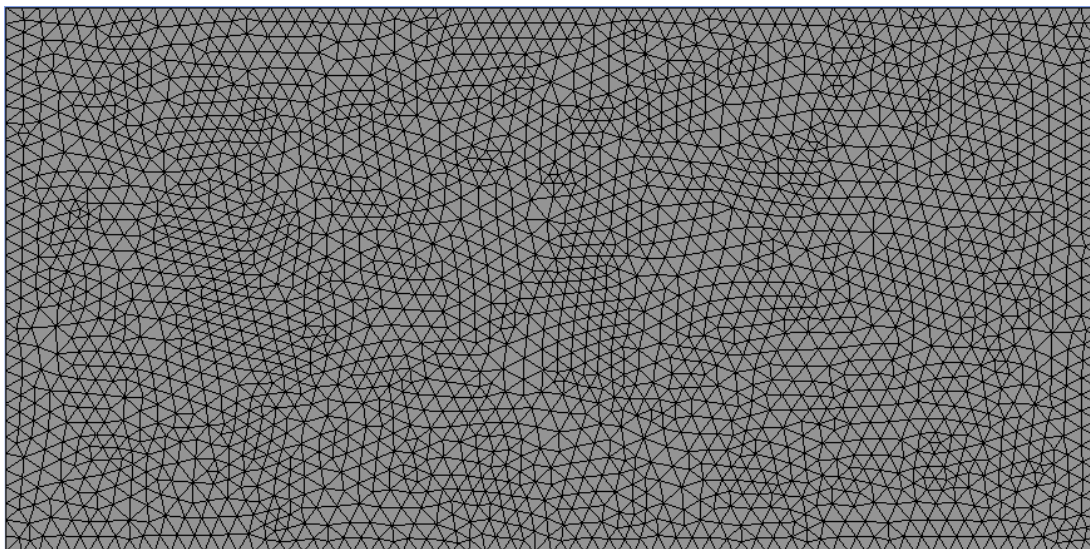
Para reproducir un elemento simple apoyado, se debe simular la opción “*displacement*” dos veces:

- En las 4 áreas cuya altura es el espesor y cuyo ancho son los lados largo y corto se deberá aplicar para fijar el movimiento de esta área en el eje transversal a la placa.
- En los 4 vértices superiores de la placa que unen los lados largo y corto se deberá aplicar para fijar el movimiento de este vértice en los ejes paralelos al plano de la placa

Estas condiciones proporcionan una adecuada aproximación a una placa con una presión aplicada transversalmente en la zona de pequeñas deformaciones, pero si las deformaciones son tales que el efecto de membrana es significativo, y se activa la opción “*large deflection*”, se requiere un refinado superior del elemento para lograr un resultado adecuado.

Un refinado específico para un análisis con grandes deformaciones requiere de cambios en el mallado aplicado previamente, dado que el mallado automático generado por el programa no es lo suficientemente específico para realizar los cálculos matemáticos que requiere un problema con grandes deformaciones.

Primero, y para poder cambiar los cambios en el mallado, se necesita previamente cambiar la forma geométrica de los elementos dado que los elementos de forma cuadrada previamente puestos no cumplen con las especificaciones requeridas para este análisis, por lo tanto, en el apartado “*mesh*” se debe elegir la opción “*method*”, la cual nos permite cambiar la forma geométrica a tetraedros.



*Figura 14: Mallado ejemplo de una placa genérica con largas deformaciones.*

*Fuente elaboración propia*

Una vez cambiada la forma geométrica de los elementos, se requiere cambiar en las opciones del mallado la “*Physics Reference*” a “*non-linear mechanical*”, para que en el mallado se realicen los cálculos matemáticos no lineales en vez de los lineales, siendo esta opción por la cual se deben de cambiar la forma geométrica.

Una vez realizado este cambio en el sistema, el programa ANSYS ya puede efectuar con un grado decente de aproximación su simulación, sin embargo, para hacer el análisis más eficiente con mayor aproximación, se recomienda usar también la opción “*non linear adaptative region*”, la cual permite cambiar el mallado reduciendo su tamaño en zonas específicas de la placa durante la fase de solución para mejorar la precisión.

#### ***3.1.4 Diseño en base a máxima deformación permanente permitida***

Dado que la deformación permanente conlleva un comportamiento elastoplástico complicado, y es un problema altamente no lineal, no hay una forma analítica de calcular la carga necesaria para conseguir un nivel específico de deformación permanente.

Se han obtenido aproximaciones gracias a los sistemas computacionales de los elementos finitos, pero aun así estos sistemas son muy afanosos para la aplicación de los diseños.



Por lo tanto, (Hughes & Paik, 2010) usando datos experimentales derivo una expresión empírica:

$$Q = Q_Y + T(R_w)[\Delta Q_0 + \Delta Q_1(R_w)] \quad (3.20)$$

Donde el parámetro de carga  $Q$  es:

$$Q = \frac{pE}{\sigma_y^2}$$

Que depende de la carga  $p$  y el resto de los valores vienen dados por:

$$Q_Y = \frac{2}{\sqrt{1-v+v^2}\beta^2} \left[ 1 + 1,46 \left( \frac{b}{a} \right)^{1,87} \right] \quad (3.21)$$

$$\Delta Q_0 = \frac{1 + 3,24\beta^{0,0687} \left( \frac{b}{a} \right)^{1,387}}{\sqrt{1-v+v^2}\beta^2} \quad (3.22)$$

$$\Delta Q_1 = 1,92 \frac{\left( \frac{b}{a} \right)^{1,87}}{\beta^{0,94}} \quad (3.23)$$

En estas ecuaciones, también se encuentra definida la cantidad de carga por encima de  $Q_Y$  que causaría rótulas plásticas en una placa infinitamente larga en  $Q_{EH}$ , siendo el primer termino de  $\Delta Q_0$ , con el segundo término siendo el efecto de membrana que ocurre en placas de bordes finitos y que se incrementa con la esbeltez de la placa.

El parámetro  $\Delta Q_1$  da el mayor incremento en el parámetro de carga al final de la zona de transición.

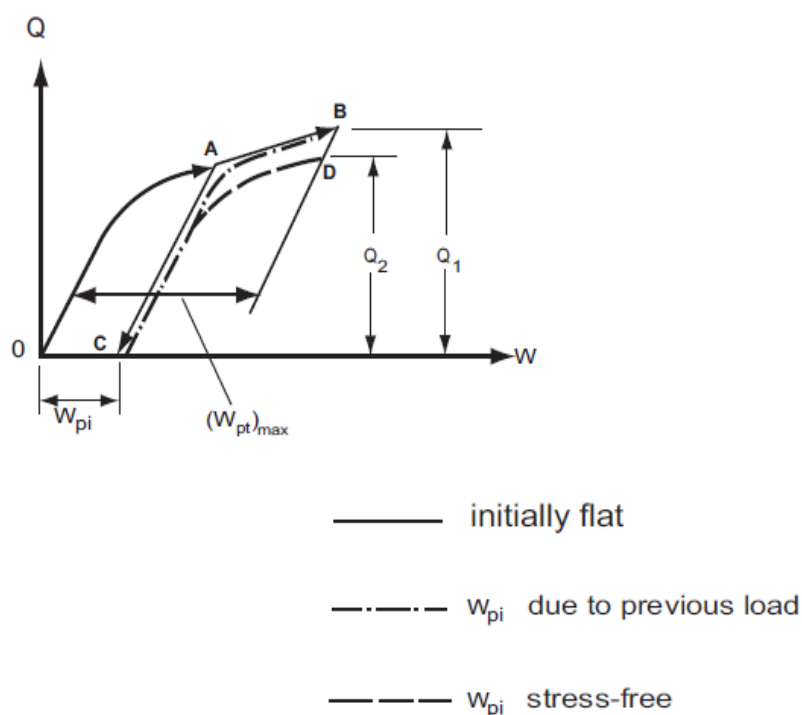
La ecuación (3.20) considera solamente una placa inicialmente plana, la cual la deformación se basa solamente en el valor de la carga, sin embargo, las placas inicialmente no suelen ser planas, sino que tienen una deformación permanente inicial, que suele ser de dos tipos:

- Deformación causada por cargas previas, que incluyen deformaciones plásticas y cargas residuales

- Deformación inicial sin aplicación de cargas

Para comenzar, se considerará una deformación inicial sin aplicación de cargas  $w_{pi}$  y se define la deformación permanente total como  $w_{pt} = w_{pi} + w_p$ , por lo tanto, la ratio de deformación permanente será:

$$R_w = \frac{w_{pt} - w_{pi}}{w_{p0}} \quad (3.24)$$



*Figura 15: Carga/Deformación para diferentes condiciones de deformación iniciales*

*Fuente:* (Hughes & Paik, 2010)

Si  $w_{pi}$  no es largo, como referencia  $w_{pi} < t$  y nos encontramos en la curva de deformación inicial sin carga aplicada, la presencia de  $w_{pi}$  no altera la curva carga/deformación más que trasladándola hacia la izquierda el valor de  $w_{pi}$ , por lo tanto, para deformación sin cargas, se puede usar (3.20) con (3.24).

Si la deformación permanente inicial es debido a cargas previas la curva carga/deformación empieza en  $w_{pi} = w$  y crece linealmente más que la curva de deformación sin carga aplicada, aumentando aún más la deformación permanente admisible.

Por lo tanto, y como se ve en la imagen, si  $(w_{pt})_{max}$  es el valor máximo admisible de deformación permanente y  $Q_1$  es la capacidad correspondiente de una curva inicialmente plana, la deformación permanente debido a cargas previas no reduce la capacidad de la placa, sigue siendo  $Q_1$ , por lo tanto teóricamente se podría seguir usando (3.20), pero no es recomendable dado que este análisis se basa en un análisis basado en datos experimentales, y por seguridad es recomendable siempre aplicar (3.24) si existe una deformación permanente previa.

Para la deformación permanente sin carga previa, lo cual según (Hughes & Paik, 2010) suele ser debido a la soldadura, su valor depende mayoritariamente del parámetro de esbeltez de la placa  $\beta$  y la ratio  $\frac{t_w}{t}$  donde  $t_w$  es el grosor del refuerzo de la membrana, y usando datos experimentales, da una ecuación que se asemeja satisfactoriamente:

$$\frac{w_{pi}}{t} = 0,073\beta^{1,65} \left(\frac{t_w}{t}\right)^{0,42} \quad (3.25)$$

### ***Placas sometidas a cargas concentradas***

Las placas navales también están sometidas a diferentes cargas concentradas como por ejemplo ruedas de vehículos, pallets o impactos provocados por la caída de objetos.

En consideración de diseño y dimensionamiento, (Hughes & Paik, 2010) diferencia dos tipos de cargas concentradas según la cantidad de localizaciones en donde pueden ocurrir en la placa, dado que esta distinción concurre una diferencia de métodos de diseño:

- Cargas de localización única
- Cargas de localización múltiple

Las cargas de localización única pueden ser deliberadas o accidentales (Impactos), sin embargo, el análisis del primer tipo es innecesario dado que las placas de tercer orden suelen tener refuerzos, u otros elementos estructurales instalados que ayuden a soportar la carga, lo cual es más eficiente que aumentar el espesor.

En el segundo caso, impactos, sí que hay que recurrir a un análisis de diseño, dado que si ocurre un impacto en medio del área entre los refuerzos, la cual es la peor

posición, puede ser catastrófico. Sin embargo, esta disposición tiene la condición de que estos impactos sean raros, es decir, que durante la vida útil de la placa ocurran una vez o dos, no más.

El diseño en base a cargas de localización múltiple conlleva 3 tipos de cargas: Estáticas, cuasi-estáticas y dinámicas, no obstante, estas dos últimas cuentan con un análisis de punción y rotura de placa, adicionalmente de grandes deformaciones permanentes, por lo tanto, en el estudio solo se aplicará el diseño de cargas estáticas.

En este caso, por ejemplo, se encuentran ruedas de vehículos, pallets... que tienen en común que van a cargar muchas veces en la vida del barco y en diferentes lugares específicos de la placa.

Para comenzar el análisis de los diseños, se empezará tomando unos parámetros de descripción de cargas concentradas válidas para el diseño de ambos tipos de cargas.

Para simplificar, se toma la carga concentrada de forma rectangular de dimensiones  $e \times f$  siendo  $e$  y  $f$  paralelo a  $f$  y la huella de la carga es medida según la media geométrica de las dos dimensiones:

$$e_m = \sqrt{ef} \quad (3.26)$$

Se simplifica de esta forma debido a que una carga de localización múltiple ocurrirá en todas las partes de la placa y finalmente el valor acumulativo final de la deformación permanente será independiente de la ratio de carga  $e/f$ .

Para cargas provocadas por ruedas, el valor es relativo a la carga  $p$  y a la presión de los neumáticos  $p_t$ :  $\lambda$

$$e_m = \sqrt{p/p_t} \quad (3.27)$$

También se necesita un parámetro sobre cuan concentrada o difusa la huella de la carga es sobre la placa, es decir, un parámetro adimensional que mida el tamaño relativo de la huella en comparación con el tamaño total de la placa, por lo tanto:

$$\lambda = \frac{e_m}{b} \quad (3.28)$$

Y finalmente el parámetro de la carga que es:

$$Q_P = \frac{PE}{b^2 \sigma_Y^2} \quad (3.29)$$

### ***1. Diseño para cargas de localización múltiple***

El ejemplo más obvio y aparente de carga de localización múltiple en placas navales es el de las ruedas, y por ende se usará este ejemplo para los cálculos, pero hay que tener claro que el diseño aplica a todo tipo de cargas de localización múltiple.

Esta suposición viene dado gracias a lo que conlleva basar el diseño de una placa según el movimiento que hacen las ruedas sobre la placa. El movimiento de la rueda es por toda la placa, lo cual resulta en una carga concentrada produciendo deformación permanente por toda la placa longitudinalmente desde un lado al otro, lo cual es incluso mayor que si esa misma carga fuese aplicada solamente en el centro. Además, este movimiento puede ocurrir en cualquier parte de la placa, su dirección puede variar, la huella de la placa puede variar, la carga puede variar, puede ir por encima de los refuerzos y por la unión de la placa... creando por todos estos lugares deformación permanente. Por lo tanto, el resultado de todo esto durante el tiempo acaba finalmente siguiendo un patrón predefinido que culmina en la máxima deformación permanente correspondiente a la carga de diseño. Este computo de cargas, por lo tanto, solo es función de los parámetros de la placa  $\alpha$  y  $\beta$  y el parámetro de la huella de carga  $\lambda$ .

Es el final acumulativo de las cargas durante el tiempo por ende lo que debe interesar en cuestión del diseño, dado que la distribución final de plasticidad en la placa de este cómputo de cargas es extremadamente similar al que crearía una presión transversal.

Por lo tanto, para un parámetro de carga de diseño  $Q_P$ , el valor del cómputo de cargas que crea una deformación permanente es equivalente a lo causado por una presión uniforme  $p_e$  con un parámetro de carga  $Q_e$ :

$$Q_e = \frac{p_e E}{\sigma_Y^2} \quad (3.30)$$

Cuyo valor puede expresarse en forma de una ratio  $r$ :

$$Q_e = r Q_P \quad (3.31)$$

Una vez obtenido  $Q_e$ , se puede realizar el análisis usando (3.20).

Por lo tanto, para obtener  $Q_e$ , se necesita obtener el valor de la ratio, que por encima de todo depende del parámetro de la huella de carga  $\lambda$ .

Para generar unos parámetros generales de una función  $r(\lambda)$  se supone una rueda con una carga constante  $p$  que es aplicada enteramente sobre la placa de forma que produzca el valor del cómputo de cargas que crean la deformación permanente.

El comportamiento de la función  $r(\lambda)$  se supondrá de dos formas diferentes:

- Cuando  $\lambda$  es grande y tiende a infinito.
- Cuando  $\lambda$  es pequeña y tiene a 0.

Cuando  $\lambda$  es relativamente grande, la presión del neumático  $p_t$  se reduce, mientras que la huella de la carga aumenta, y si tiende a ser más grande, la carga tiende a comportarse como una presión uniforme transversal, siendo la carga que provoca la presión la de los neumáticos, por lo tanto:

$$r = \frac{Q_e}{Q_P} = \frac{\frac{p_e E}{\sigma_Y^2}}{\frac{p_e E}{b^2 \sigma_Y^2}} = \frac{p_e b^2}{P} \quad (3.32)$$

En el límite podemos sustituir  $p_t$  en  $p_E$ :

$$r_{\text{límite}} = \frac{p_t b^2}{P} \quad (3.33)$$

Que con (3.27)

$$r_{\text{límite}} = \frac{b^2}{e_m^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

Por lo tanto, esta aproximación es más exacta cuando  $\lambda \rightarrow \infty$

Cuando  $\lambda$  es pequeña y tiende a 0, el ancho del parámetro geométrico  $e_m$  será cada menor. Dado que la carga es constante,  $Q_p$  es también constante y por lo tanto la función  $r(\lambda)$  se comportará de igual forma a  $Q_e$ . Si tu cuadriplicas la presión,  $e_m$  se dividirá en dos y por lo tanto también  $\lambda$ , pero dado que  $e_m$  es ya muy pequeño, la deformación permanente final no cambiará en demasía, por lo cual la presión equivalente y su parámetro solo aumentaran un poco.

En el límite, cuando el ancho de la huella se vuelve muy pequeño, no hay cambio en la geometría y por tanto  $Q_e$  es constante, por lo cual el valor de  $r$  tiende a ser constante también.

Mediante el uso de programas de elementos finitos y datos empíricos, se ha aproximado la siguiente expresión de  $r(\lambda)$ :

$$r = \frac{0,88}{0,44 + \lambda^2} \quad (3.34)$$

Según los datos recabados por Hughes, se debe usar (3.33) para  $\lambda > 2$  y (3.34) para  $\lambda < 2$ , pero cuanto más tiendan a  $\infty$  o a 0 respectivamente los resultados serán mas específicos.

## ***2. Diseño para cargas de localización simple***

Con el tipo de cargas concentradas de localización simple explicadas previamente, el estudio de la plasticidad es incluso más complicado que para cargas de localización múltiple, y sería increíblemente complicado generar una expresión para la deformación máxima solamente con consideraciones teóricas, por lo tanto (Hughes & Paik, 2010) presenta una aproximación semi-empírica, que combina teoría básica de placas junto con datos experimentales, que muestran que para este tipo de cargas el

parámetro  $\alpha$  no afecta en profundidad a la deformación permanente. Sin embargo, el rango de valores de  $\lambda$  en los cuales se realizó el experimento están en  $0,24 < \lambda < 0,79$ , por lo que no se deberá usar la siguiente fórmula en un rango de valores que no sean los dichos.

Esta fórmula solo conlleva un parámetro de corrección  $\phi$ :

$$Q_P = \phi \left\{ \frac{10,45 \lambda}{\beta^2} + \left[ 0,34 + \frac{3,56}{\beta^{1,6}} + 0,23 \left( \frac{\lambda}{1 - \lambda} \right)^{0,8} \right] \left( \frac{w_p}{\beta t} \right)^{1,1} \right\} \quad (3.35)$$

Siendo el coeficiente  $\phi$ :

$$\phi = 1 - 0,8 \left( \frac{ef}{e^2 + f^2} \right)^2 \quad (3.36)$$

Siendo para una huella de carga  $e = f \rightarrow \phi = 0,8$ .

### **3.2 Programación de los cálculos teóricos en Excel VBA**

Para facilitar la labor del diseñador, se ha creado un programa usando las fórmulas y datos propuestos previamente para reducir el tiempo empleado en el dimensionamiento de las estructuras navales requeridas.

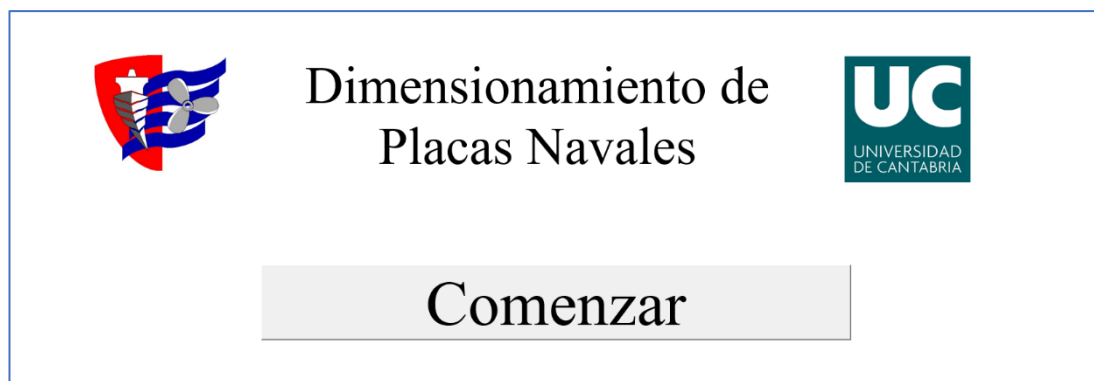
Se ha programado usando Excel VBA, que son siglas de “*Visual Basic for Application*”, que es un lenguaje de programación disponible para Microsoft Office permitiendo diseñar y desarrollar programas en Visual Basic.

#### **3.2.1 Uso del programa**

En este apartado se explicará el uso del programa en cada apartado.

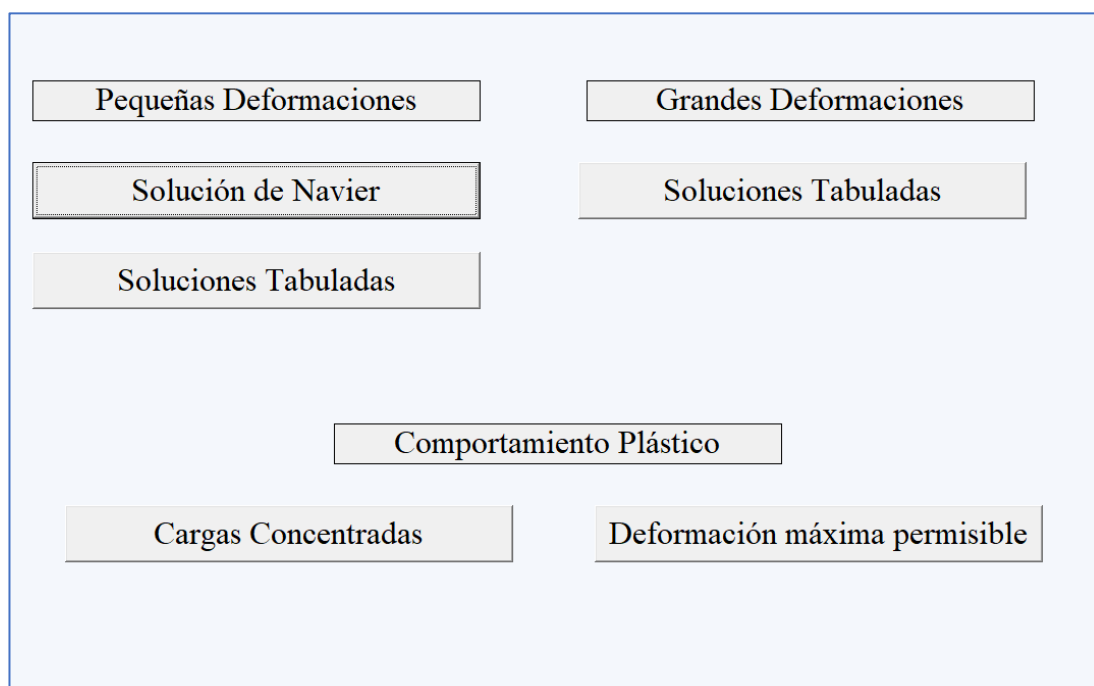
Para comenzar, se abre el programa y aparece la siguiente imagen:





*Figura 16: Interfaz Inicial. Fuente elaboración propia*

La imagen nos muestra un botón el cual es el inicio del programa para llevar al diseñador a la página donde elegirá el método de diseño adecuado, mostrado a continuación:



*Figura 17: Interfaz de Selección de Análisis. Fuente elaboración propia*

Se detalla en la anterior imagen los diferentes métodos de diseño disponibles, que coinciden con los explicados previamente, los cuales son los análisis basados en las pequeñas deformaciones de Navier y las soluciones Tabuladas, para las grandes deformaciones se tienen las soluciones tabuladas y finalmente para el comportamiento plástico se ofrecen las cargas concentradas y el análisis basado en la deformación máxima permisible. Para entrar en el análisis deseado solo se requiere dar *click* encima.

Siguiendo el orden de explicación en la Teoría, se explicará con el mismo orden:

### **3.2.1.1 Solución de Navier**

Una vez se entra en el apartado de “Solución de Navier”, aparecerá la siguiente pantalla:

Solución de Navier

Volver

☐ Deformación máxima w

☐ Calcular Largo a

☐ Calcular Ancho b

☐ Calcular Espesor t

☐ Calcular presión p

☐ Calcular Momento My

☐ Calcular Momento Mx

☐ Dimensionar a/b

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Presión p  MPa

Def.max w  mm

Dato:

**CALCULAR**

Modulo Young, E=  MPa

Número de Poisson, v=

Datos predeterminados

*Figura 18: Interfaz de la solución de Navier. Fuente elaboración propia*

En la imagen previa, se distinguen 2 grandes bloques, el de más a la izquierda se refiere a lo que el diseñador quiere calcular en base a los datos que tiene, que en este caso son la deformación máxima de la placa, el largo y el ancho, el espesor, la presión transversal al plano de la placa, los momentos máximos y finalmente una forma de poder dimensionar la placa según el coeficiente largo / ancho.

El segundo bloque, el central, se refiere a los datos que el diseñador ya cuenta y que se van a usar para realizar el cálculo. Estos son el largo, el ancho, el espesor y la deformación máxima en milímetros y la presión transversal en MPa.

Una vez eliges una opción para el diseño, por ejemplo, hallar el espesor de la placa para que aguante una determinada presión y que tenga un máximo propuesto de deformación máxima:

Solución de Navier

Volver

Deformación máxima w

Calcular Largo a

Calcular Ancho b

Calcular Espesor t

Calcular presión p

Calcular Momento My

Calcular Momento Mx

Dimensionar a/b

Largo a

Ancho b

Espesor t

Presión p

Def.max w

Modulo Young, E=

Número de Poisson, v=

mm

mm

mm

MPa

mm

MPa

Dato:

0

CALCULAR

Datos predeterminados

*Figura 19: Escoger Incógnita. Fuente elaboración propia*

Cuando se ha elegido, el recuadro de poner el dato del espesor cambia a un color grisáceo y se vuelve imposible escribir un dato en él, mientras que los demás recuadros de introducción de datos se encuentran habilitados para rellenarlos.

Si el diseñador desea cambiar la opción a calcular, solo debe hacer *click* en el recuadro de la opción deseada, por ejemplo, se desea calcular la deformación máxima:

Solución de Navier

Volver

☒ Deformación máxima w

☐ Calcular Largo a

☐ Calcular Ancho b

☐ Calcular Espesor t

☐ Calcular presión p

☐ Calcular Momento My

☐ Calcular Momento Mx

☐ Dimensionar a/b

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Presión p  MPa

Def.max w  mm

Dato:

CALCULAR

Modulo Young, E=  MPa

Número de Poisson, v=

Datos predeterminados

*Figura 20: Escoger Incógnita, 2. Fuente elaboración propia*

En este caso, el recuadro del espesor cambió al color blanco y vuelve a estar habilitado para rellenar los datos necesarios, y en este caso el recuadro inhabilitado y en color grisáceo es el referido a las grandes deformaciones.

Para cualquier opción ocurre lo mismo, con una excepción con la opción de dimensionamiento a/b, el cual se inhabilitan los recuadros referidos al largo y al ancho.

Una vez elegido la opción que el diseñador quiere calcular, se dispondrá a rellenar los datos que ya dispone. En el programa, se ha dispuesto un botón de introducción de datos predeterminados para el Módulo de Young y el coeficiente de Poisson, el cual escribe automáticamente los valores aproximados de un acero estructural promedio, en este caso el Módulo de Young es de 200000 MPa y el coeficiente de Poisson es de 0,3. Este botón es solamente un atajo al diseñador, ya que lo puede cambiar a su requerimiento.

Una vez se han rellenado los datos requeridos por el programa para ofrecer la solución, se le podrá dar al botón calcular, el cual realizará el cálculo matemático y nos mostrará el dato propio de la opción escogida con su debida unidad de medida. Se muestra un ejemplo en la figura2.

Solución de Navier

- ☐ Deformación máxima w
- ☐ Calcular Largo a
- ☐ Calcular Ancho b
- ☐ Calcular Espesor t
- ☐ Calcular presión p
- ☐ Calcular Momento My
- ☐ Calcular Momento Mx
- ☐ Dimensionar a/b

Largo a

 mm

Ancho b

 mm

Espesor t

 mm

Presión p

 MPa

Def.max w

 mm

Modulo Young, E=  MPa  
 Número de Poisson, ν=

Datos predeterminados

Dato:  mm

*Figura 21: Introducción de Datos y Resultado. Fuente elaboración propia*

En la imagen se muestra el proceso de análisis ya realizado para una determinada placa con unos parámetros generales. Como se ve, el resultado se muestra a la derecha con su respectiva unidad de medida, en el caso de la deformación máxima es de milímetros.

En el caso de dimensionamiento de largo respecto al ancho, como el resultado son dos parámetros, el ancho y el largo, se crea otro recuadro con el segundo resultado y su respectiva unidad de medida, además de solicitar otro parámetro referido a la relación largo / ancho deseada. Como ejemplo (figura 22):

Solución de Navier

- ☐ Deformación máxima w
- ☐ Calcular Largo a
- ☐ Calcular Ancho b
- ☐ Calcular Espesor t
- ☐ Calcular presión p
- ☐ Calcular Momento My
- ☐ Calcular Momento Mx
- ☒ Dimensionar a/b

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Presión p  MPa

Def.max w  mm

a/b Preferido

Modulo Young, E=  MPa

Número de Poisson, v=

Dato:  mm

mm

Datos predeterminados

Figura 22: Resultado usando la opción: “Dimensionar a/b”. Fuente elaboración propia

Una vez realizado el cálculo y obtenido el dato, se puede usar el botón volver para regresar al menú de inicio.

Una vez regresado al inicio (Figura 17), se continuará la explicación con el apartado de Soluciones Tabuladas.

### **3.2.1.2 Soluciones Tabuladas.**

Una vez vuelto a la interfaz de inicio, se hace *click* en la opción Soluciones Tabuladas dentro del apartado pequeñas deformaciones para llegar a la interfaz deseada.

The image shows a software interface titled "Soluciones Tabuladas". At the top right is a "Volver" button. On the left, there are three checkboxes for boundary conditions: "Bordes apoyados", "Bordes empotrados", and "Cortos apoyados, Largos empotrados". In the center, there are three radio buttons for calculation types: "Calcular Espesor", "Calcular carga", and "Deformación máxima". Below these are input fields for "Largo a", "Ancho b", "Espesor t", "Carga", "Def.max w", "Modulo Young, E=", and "Número de Poisson, v=", each followed by a unit (mm or MPa). To the right of these fields is a "Dato:" label and a small input box. At the bottom right is a "Datos predeterminados" button. A large "CALCULAR" button is positioned in the middle right area.

*Figura 23: Interfaz de Soluciones Tabuladas, Pequeñas deformaciones.*

*Fuente elaboración propia*

La imagen previa nos muestra la interfaz de las soluciones tabuladas, que como se aprecia, es muy semejante a la de Soluciones de Navier.

En esta interfaz se distingue un bloque diferente a los propuestos en las Soluciones de Navier, que es el de las condiciones de contorno, porque este método permite obtener soluciones más allá de las placas simplemente apoyadas, como por ejemplo con bordes empotrados.

El uso de esta interfaz es muy parecido a la anterior, al elegir la opción de calcular el espesor, el recuadro de insertar el dato del espesor se volverá inhabilitado y de color grisáceo y viceversa con los demás. También se encuentra el botón de datos predeterminados que proporciona un Módulo de Young de 200000 MPa y un coeficiente de Poisson de 0,3 con posibilidad de ser modificado.

Soluciones Tabuladas

Volver

☐ Bordes apoyados

☒ Bordes empotrados

☐ Cortos apoyados,  
Largos empotrados

Calcular Espesor

Calcular carga

Deformación máxima

Largo a1500mm

Ancho b1200mm

Espesor t15mm

CargaMPa

Def.max w2mm

Modulo Young, E=200000MPa

Número de Poisson, v=0,3

CALCULAR

Dato: 3,22710893249084E+02Mpa

Datos predeterminados

*Figura 24: Introducción de Datos y Resultado, Condición de Contorno: Bordes Empotrados.*

*Fuente: elaboración propia*

Se usa como ejemplo una placa genérica empotrada y se busca la presión que hace falta ejercer a una placa con unas determinadas características y espesor. Además, se ha usado el botón datos predeterminados y cambiado manualmente el Módulo de Young.

Obviamente al cambiar la condición de contorno a otra diferente el resultado será diferente, con los mismos datos y diferente condición de contorno:



Volver

Soluciones Tabuladas

☐ Bordes apoyados  
  
☐ Bordes empotrados  
  
☒ Cortos apoyados,  
Largos empotrados

Calcular Espesor
Calcular carga
Deformación máxima

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Carga  MPa

Def.max w  mm

Modulo Young, E=  MPa

Número de Poisson, v=

**CALCULAR**

Dato:  Mpa

Datos predeterminados

*Figura 25: Introducción de Datos y Resultado, Condición de Contorno: Bordes largos empotrados, cortos simplemente apoyados. Fuente: elaboración propia*

### 3.2.1.3 Soluciones Tabuladas, Grandes Deformaciones

En el apartado de grandes deformaciones, se da *click* a la opción Soluciones tabuladas para entrar a la interfaz:

Volver

Grandes Deformaciones

☐ Calcular Espesor  
  
☐ Calcular carga  
  
☐ Deformación máxima

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Carga  MPa

Def.max w  mm

Modulo Young =  MPa

Número de Poisson, v=

Datos predeterminados

a/b=

Elegir Aproximadamente

☐ a/b = 1 Simplemente apoyado

☐ a/b = 1.5 Simplemente apoyado

☐ a/b = 2 Simplemente apoyado

☐ a/b = 1 Empotrado

☐ a/b > 1,5 Empotrado

**CALCULAR**

Dato:

*Figura 26: Interfaz de Soluciones Tabuladas, Grandes Deformaciones. Fuente elaboración propia*

En la interfaz se encuentran las ya previamente explicadas opciones de cálculo: espesor, carga y deformación máxima y los recuadros de entrada de datos. Al igual que previamente, al optar por una de las opciones de cálculo el recuadro del dato se vuelve grisáceo e inhabilitado, al igual que el botón de datos predeterminados, que proporciona un Módulo de Young de 200000 MPa y un coeficiente de Poisson de 0,3 con capacidad de cambio.

Como explicado en la teoría, las condiciones de contorno se encuentran condicionadas según la relación largo / ancho, por lo que al poner los datos propios y en medio de la pantalla aparecerá el parámetro:

Grandes Deformaciones

Volver

Calcular Espesor

Calcular carga

Deformación máxima

Largo a 1500 mm

Ancho b 1000 mm

Espesor t 15 mm

Carga 0.5 MPa

Def.max w mm

Modulo Young = 200000 MPa

Número de Poisson, v= 0.3

Datos predeterminados

a/b= 1,5

Elegir Aproximadamente

☐ a/b = 1 Simplemente apoyado

☐ a/b = 1,5 Simplemente apoyado

☐ a/b = 2 Simplemente apoyado

☐ a/b = 1 Empotrado

☐ a/b > 1,5 Empotrado

CALCULAR

Dato:

Figura 27: Introducción de Datos y indicación del parámetro  $a/b$ . Fuente: elaboración propia

Por ejemplo, una placa de largo 1500 milímetros y de ancho 1000 milímetros da un parámetro de 1,5. Si el parámetro no concuerda con una opción de las condiciones de contorno, se escoge el que más aproximado esté. Además, hay dos tipos de condiciones de contorno: empotrada y simplemente apoyada.

Por lo tanto, en el caso de que la placa genérica usada como ejemplo este empotrada, se usará la opción “ $a/b > 1,5$  Empotrado” y una vez elegido ya se puede seleccionar la opción de calcular:

Grandes Deformaciones

Volver

Calcular Espesor

Calcular carga

Deformación máxima

Largo a 1500 mm

Ancho b 1000 mm

Espesor t 15 mm

Carga 0.5 MPa

Def.max w mm

Modulo Young = 200000 MPa

Número de Poisson, v= 0.3

Datos predeterminados

a/b= 1,5

Elegir Aproximadamente

☐ a/b = 1 Simplemente apoyado

☐ a/b = 1,5 Simplemente apoyado

☐ a/b = 2 Simplemente apoyado

☐ a/b = 1 Empotrado

☒ a/b > 1,5 Empotrado

CALCULAR

Dato: 12,2583333333333 mm

*Figura 28: Selección de parámetro a/b, condición de contorno y resultado.*

*Fuente: elaboración propia*

Para volver a la interfaz inicial, se debe usar el botón volver.

#### ***3.2.1.4 Dimensionamiento en base a la deformación permanente admisible***

En la interfaz inicial del programa se requiere ir al apartado de comportamiento plástico de la placa, y ahí se escoge la opción deformación permanente admisible:

Diseño en base a la máxima deformación permanente admitida

Volver

Calcular Espesor

Calcular Presión

Deformación Permanente

Deformación Inicial por Soldadura

Largo a

Ancho b

Espesor t

Presión p

Def.max w

mm

mm

mm

MPa

mm

Dato:

CALCULAR

Modulo Young, E=

Tensión de Fluencia =

Número de Poisson, v=

MPa

MPa

Datos predeterminados

*Figura 29: Interfaz de dimensionamiento en base a la máxima deformación permanente admitida.*

*Fuente: elaboración propia*

La interfaz de este tipo de dimensionamiento de placas tiene diferencias clave con los anteriores, y es el recuadro de tensión de fluencia, cuyas unidades son en MPa, y también está incluido en el botón de datos predeterminados, con un valor fijo de 250 MPa, junto con un Módulo de Young de 200000 MPa y un coeficiente de Poisson de 0,3 con posibilidad de ser modificado.

Además, se observa otra opción debajo del espesor, de la presión y de la deformación permanente, que es la de deformación inicial por soldadura, la cual si se acciona:

Diseño en base a la máxima deformación permanente admitida

Volver

○ Calcular Espesor

○ Calcular Presión

○ Deformación Permanente

○ Deformación Inicial por Soldadura

○ p   ○ t   ○ w

2,5 ≤ β

Largo a

mm

Ancho b

mm

Espesor t

mm

Presión p

MPa

Def.max w

mm

Dato:

CALCULAR

Modulo Young, E=  MPa  
Tensión de Fluencia =  MPa  
Número de Poisson, v=

Datos predeterminados

*Figura 30: Análisis según la deformación inicial por soldadura. Fuente: elaboración propia*

La interfaz nos ofrece el método de cálculo propuesto en teoría si se tiene en cuenta en el análisis la deformación inicial por soldadura, el cual solo puede aceptarse como válido si el parámetro de esbeltez de la placa es  $< 2,5$ , por lo cual una vez puestos los datos correspondientes aparecerá el dato del parámetro en el recuadro específico.

En la opción “deformación inicial por soldadura”, tiene tres opciones debajo correspondientes a la carga (p), espesor (t) y deformación permanente (w), las cuales son necesarias activar si se quiere calcular el espesor de una placa genérica aplicada la deformación por soldadura. Si se activan las 3 opciones de arriba (Calcular Espesor, Calcular Presión y Deformación Máxima), el programa realizará el cálculo sin aplicar la deformación inicial.

Todas las opciones de cálculo inhabilitan y cambian el color a grisáceo en los recuadros donde se insertan los datos referidos a la incógnita, ya sea con deformación inicial por soldadura o sin ella:

Diseño en base a la máxima deformación permanente admitida

Volver

☐ Calcular Espesor

☒ Calcular Presión

☐ Deformación Permanente

☐ Deformación Inicial por Soldadura

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Presión p  MPa

Def.max w  mm

**CALCULAR**

Dato:

Modulo Young, E=  MPa

Tensión de Fluencia =  MPa

Número de Poisson, v=

Datos predeterminados

*Figura 31: Elegir análisis, 1. Fuente: elaboración propia*

Diseño en base a la máxima deformación permanente admitida

Volver

☐ Calcular Espesor

☐ Calcular Presión

☐ Deformación Permanente

☐ Deformación Inicial por Soldadura

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Presión p  MPa

Def.max w  mm

**CALCULAR**

Dato:

Modulo Young, E=  MPa

Tensión de Fluencia =  MPa

Número de Poisson, v=

Datos predeterminados

*Figura 32: Elegir análisis, 2. Deformación Inicial por Soldadura. Fuente: elaboración propia*

En el caso de hacer el cálculo de la deformación permanente sin contar la deformación, se rellenan los datos correspondientes salvo el dato incógnita, en cuyo

caso el análisis será igual que en anteriores interfaces. Como ejemplo una placa genérica, sin deformación inicial por soldadura:

Diseño en base a la máxima deformación permanente admitida

Volver

Calcular Espesor

Calcular Presión

Deformación Permanente

Deformación Inicial por Soldadura

Largo a1500mm

Ancho b1000mm

Espesor t15mm

Presión p0.3MPa

Def.max wmm

Dato:11,5303997948835mm

CALCULAR

Modulo Young, E=200000MPa

Tensión de Fluencia =250MPa

Número de Poisson, v=0.3

Datos predeterminados

Figura 33: Introducción de datos y resultado, 1. Fuente: elaboración propia

Y en una placa genérica con deformación inicial por Soldadura y deformación permanente admisible de 3:

Diseño en base a la máxima deformación permanente admitida

Volver

Calcular Espesor

Calcular Presión

Deformación Permanente

Deformación Inicial por Soldadura

Largo a1500mm

Ancho b1000mm

Espesor tmm

Presión p0.5MPa

Def.max w3mm

Dato:22,9450598466814mm

Calcular

Modulo Young, E=200000MPa

Tensión de Fluencia =250MPa

Número de Poisson, v=0.3

Datos predeterminados

Calcular

Modulo Young, E=200000MPa

Tensión de Fluencia =250MPa

Número de Poisson, v=0.3

Datos predeterminados

Figura 34: Introducción de datos y resultado, 1. Deformación inicial por soldadura.

Fuente: elaboración propia

### 3.2.1.5 Cargas Concentradas

Una vez en la interfaz inicial, en el apartado de comportamiento plástico se encuentra el botón de acceso a la interfaz de las cargas concentradas, que se ve así:

**Cargas Concentradas**

☐ Calcular Espesor

☐ Calcular carga

☐ Deformación Permanente

f huella  mm

e huella  mm

$\lambda =$

☐ Ruedas Grandes  $\lambda > 2$

☐ Ruedas pequeñas  $\lambda < 2$

☐ Impactos  $\lambda < 0,8$

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Carga  toneladas

Def.max w  mm

Modulo Young, E=  MPa

Tensión de Fluencia =  MPa

Número de Poisson,  $\nu =$

Dato:

**CALCULAR**

**IMPACTOS**

Datos predeterminados

Figura 35: Interfaz de Cargas Concentradas. Fuente: elaboración propia

En esta interfaz se encuentra los tres tipos de cargas concentradas definidos en teoría:

- Ruedas Grandes
- Ruedas Pequeñas
- Cargas de localización simple (Impactos)

Como se definió previamente, la diferencia entre las ruedas grandes y las ruedas pequeñas es el parámetro adimensional de la huella de carga  $\lambda$ , por lo que el método de análisis cambiara según el tamaño de la huella formada por los parámetros  $e$  y  $f$ , que se muestra su medida. La interfaz del programa ofrece el parámetro  $\lambda$  una vez introduces los datos del largo y el ancho de la placa y el largo y ancho de la huella ( $f$ ,  $e$  respectivamente). Por lo tanto, para una placa general y una huella genérica:



Cargas Concentradas

Volver

☐ Calcular Espesor

☐ Calcular carga

☐ Deformación Permanente

☐  $\lambda > 2$

☐ Ruedas Grandes

☐  $\lambda < 2$

☐ Ruedas pequeñas

☐  $\lambda < 0,8$

☐ Impactos

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Carga  toneladas

Def.max w  mm

f huella  mm

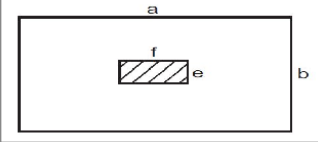
e huella  mm

$\lambda =$

Modulo Young, E=  MPa

Tensión de Fluencia =  MPa

Número de Poisson, v=



Dato:

CALCULAR

IMPACTOS

Datos predeterminados

*Figura 36: Introducción de datos para la Visualización de parámetro  $\lambda$ .*

*Fuente: elaboración propia*

Por lo tanto, si el diseñador no conoce previamente el tipo de análisis según el tamaño de la rueda, una vez escritos los parámetros de la huella, se puede elegir posteriormente, siendo el mismo caso para impactos, puesto que las fórmulas teóricas no pueden ser usadas para parámetros de huella mayores a 0,8 por lo tanto es recomendable revisar antes de iniciar tu análisis con una placa específica.

Para los tres tipos de análisis mostrados, se puede realizar un análisis de cálculo de las incógnitas: espesor, carga y de deformación permanente, los cuales si se activan inhabilitan el recuadro donde se inserta el dato en cuestión y se vuelve grisáceo.

Como la interfaz anterior, está incluido el botón de datos predeterminados, con un valor fijo de tensión de fluencia de 250 MPa, junto con un Módulo de Young de 200000 MPa y un coeficiente de Poisson de 0,3 con capacidad de cambio.

Una vez se ha elegido la incógnita, el tipo de análisis y se han introducido los datos correspondientes a la placa a calcular, si se quieren calcular según ruedas grandes o pequeñas, se acciona el botón calcular, y si se quiere calcular según el método de análisis de los impactos, se deberá accionar el botón impactos.

Como ejemplo usando los datos de una placa genérica:

**Cargas Concentradas**

**Volver**

☐ Calcular Espesor

☒ Calcular carga

☐ Deformación Permanente

f huella  mm

e huella  mm

$\lambda =$

$\lambda > 2$

☐ Ruedas Grandes

$\lambda < 2$

☒ Ruedas pequeñas

$\lambda < 0.8$

☐ Impactos

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Carga  toneladas

Def.max w  mm

Modulo Young, E=  MPa

Tensión de Fluencia =  MPa

Número de Poisson, v=

**Datos predeterminados**

**CALCULAR**

Dato:  t

**IMPACTOS**

*Figura 37: Introducción de datos y Resultado. Fuente: elaboración propia*

### 3.3 Ejemplos de aplicación con supuestos Prácticos

#### 3.3.1 Deformación de las placas del fondo

Las planchas del fondo de un barco Ro-Ro genérico están sujetas a una carga hidrostática ejercida por el agua del mar, que sobre una placa tiene forma de presión uniforme transversal. La placa viene delimitada por elementos de refuerzo longitudinales y transversales, por lo tanto, se le aplica una condición de contorno de bordes empotrados, y la distancia entre los longitudinales son de 2 metros y de los transversales de 1 metro.

La presión hidrostática se le considera máxima de 0,2 MPa y debe tener una deformación máxima de 4 milímetros y un espesor mínimo de 7 mm por normativa.

El material de la plancha inicial de diseño es un acero estructural con características mecánicas mínimas según la normativa, que según ASMT es el “*ASTM A 131 Gr*”, o S235, cuyas características mecánicas son de:

El límite elástico es de 235 MPa, un Módulo de Young de 200 GPa y un coeficiente de Poisson de 0,3.

La realización del análisis vendrá condicionada por el cumplimiento o no de la condición de pequeñas deformaciones, aunque puramente por seguridad se usará el análisis de grandes deformaciones y se comparará por si resulta ser un problema altamente lineal.

La placa para diseñar viene dada por el largo (distancia entre longitudinales) y el ancho (distancia entre transversales).

Se realizarán los cálculos con el apartado de soluciones tabuladas de pequeñas y grandes deformaciones juntamente con los resultados ofrecidos por el programa ANSYS.

Se comenzará el análisis con la teoría de las pequeñas deformaciones, dado que es el análisis primario que realizar en estos casos, para luego realizar una comparación con la teoría no lineal de las grandes deformaciones, y observar si hay un gran error entre ellas.

Primero, se insertan los datos de la placa en el programa Excel VBA dedicado a ello:

The screenshot shows a VBA Excel form titled "Soluciones Tabuladas". It contains several input fields and buttons. On the left, there are three checkboxes: "Bordes apoyados" (unchecked), "Bordes empotrados" (checked), and "Cortos apoyados, Largos empotrados" (unchecked). In the center, there are four radio buttons: "Calcular Espesor" (selected), "Calcular carga", "Deformación máxima", and "Deformación mínima". Below these are input fields for "Largo a" (2000 mm), "Ancho b" (1000 mm), "Espesor t" (highlighted), "Carga" (0.2 MPa), "Def.max w" (4 mm), "Modulo Young, E=" (200000 MPa), and "Número de Poisson, v=" (0.3). On the right, there is a "Volver" button, a "CALCULAR" button, a "Dato:" field showing "18,8437623788279 mm", and a "Datos predeterminados" button.

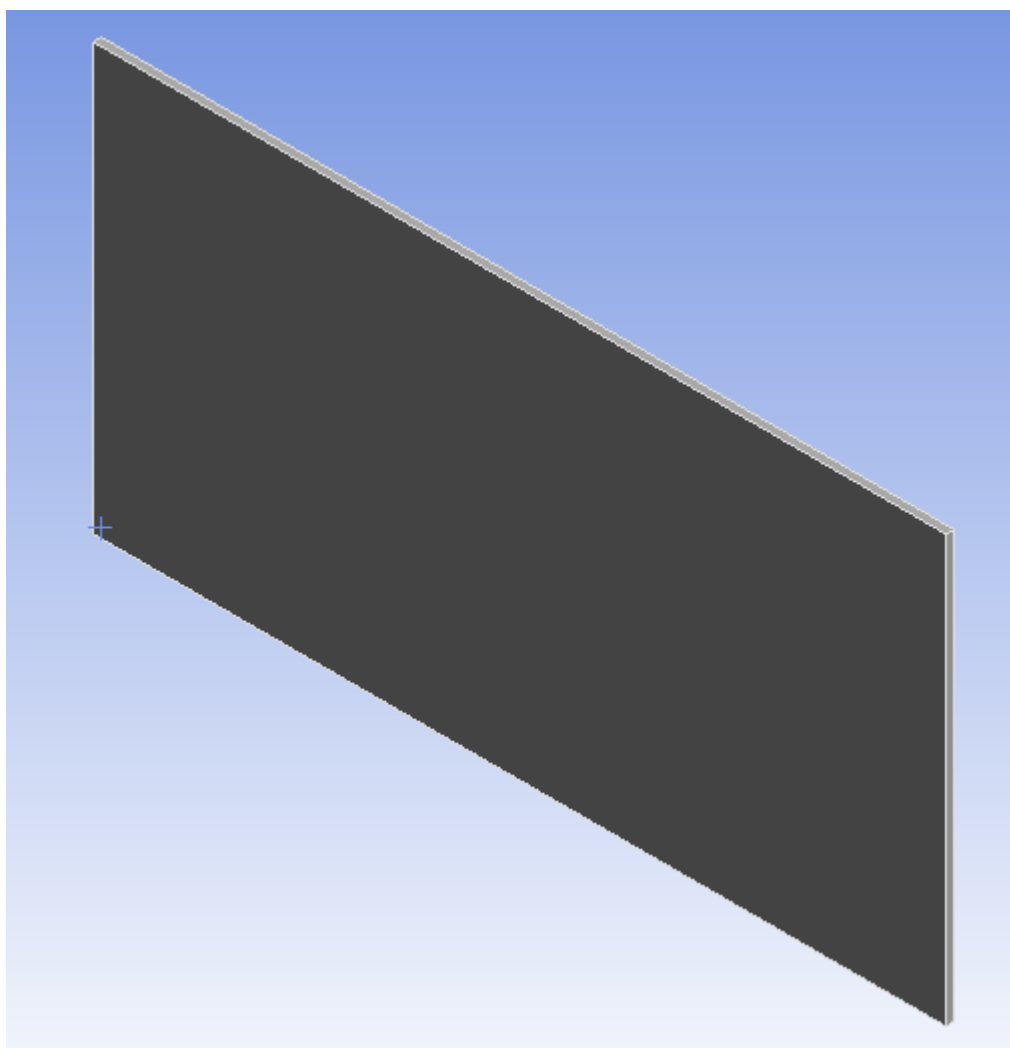
*Figura 38: Datos y resultado del cálculo. Fuente: elaboración propia*

Con los datos insertados correctamente y usando el botón calcular, la interfaz del programa nos ofrece un resultado del espesor adecuado de la placa para soportar una presión hidrostática de 0,2 MPa con una deformación máxima de 4 mm, siendo este espesor de 18,84 milímetros.

Una vez obtenido este resultado, se le comparará al obtenido mediante el programa ANSYS usando elementos no lineares.

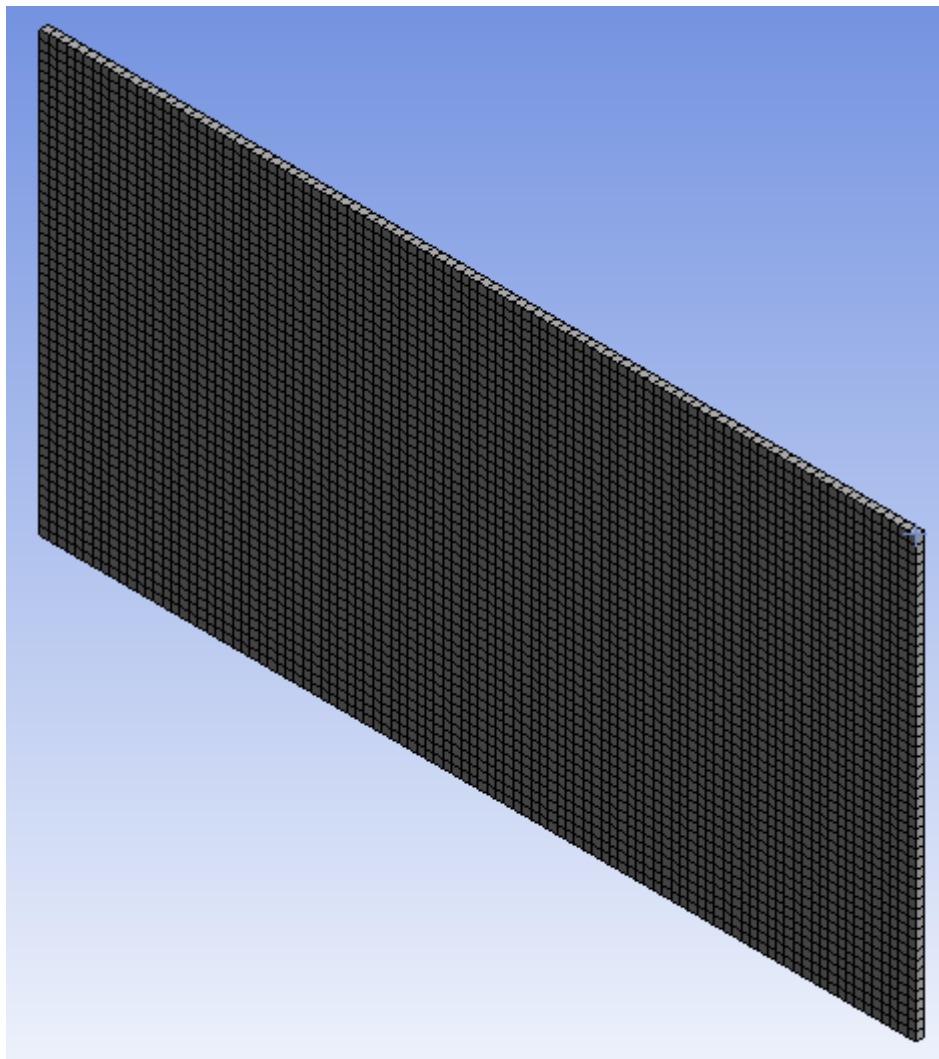
Para comenzar el análisis, se deberá crear una geometría de forma rectangular de 2 metros de largo, 1 metro de ancho, y 18,843 milímetros de espesor, puesto que en este caso se observará si la deformación máxima de la placa es de 4 milímetros cuando se simula una presión transversal de 0,2 MPa.

La placa en cuestión:



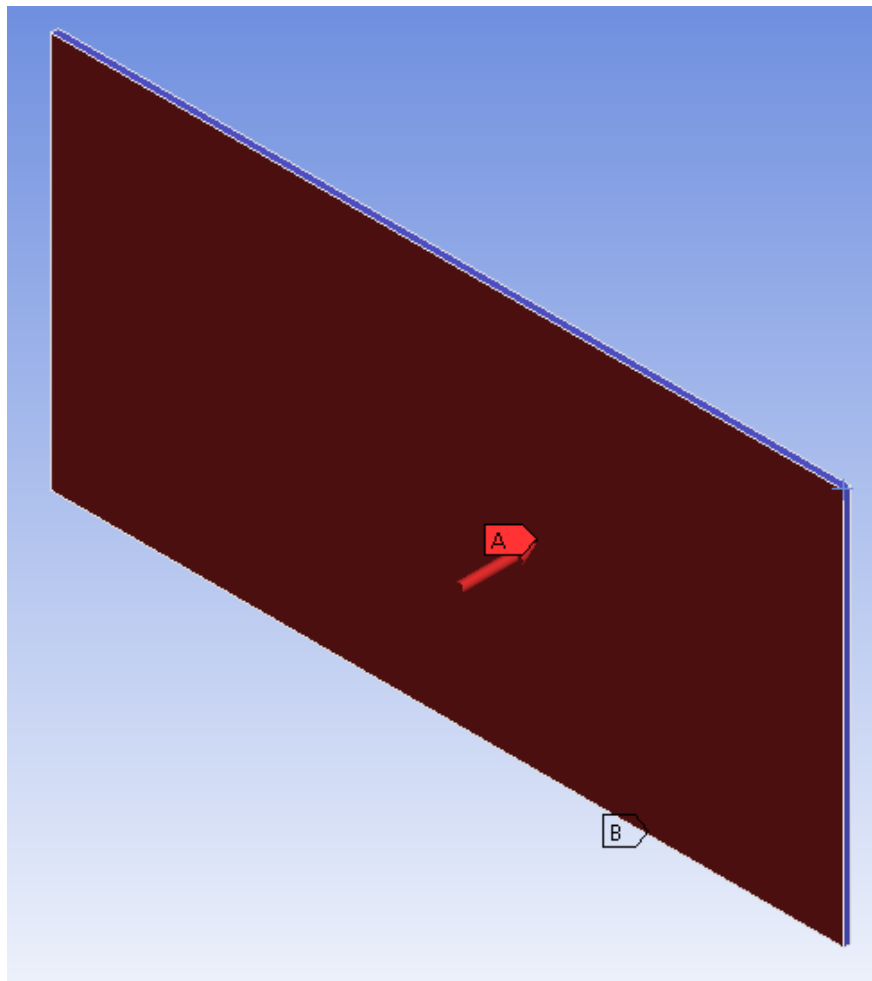
*Figura 39: Placa de tamaño 2000 x 1000 x 18,843 milímetros. Fuente: elaboración propia*

Se le aplica un mallado no linear con forma geométrica cuadrada de tamaño de 20 milímetros:



*Figura 40: Mallado de la placa. Fuente: elaboración propia*

Seguidamente se le aplican las condiciones de contorno simuladas de empotramiento en los cuatro bordes y se le somete a una presión simulada transversal al plano como muestra la siguiente imagen (A = presión y B = condición de contorno empotrada):

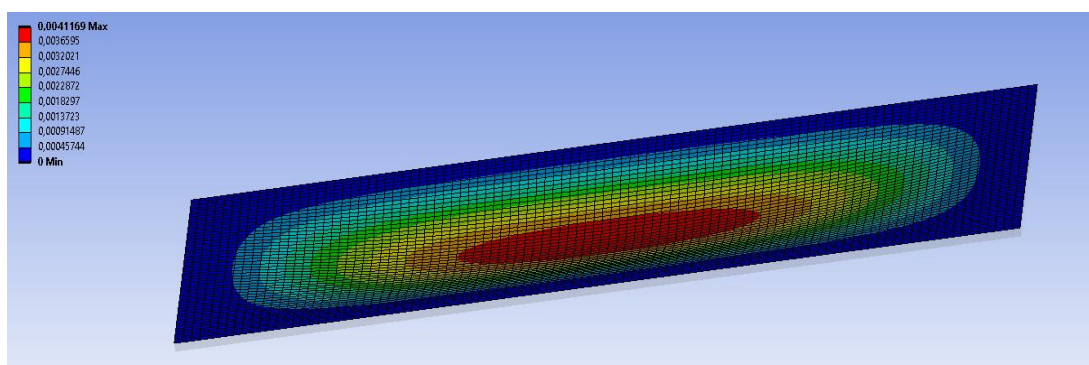


*Figura 41: Condición de contorno y simulación de presión Transversal.*

*Fuente: elaboración propia*

Con esta disposición de elementos aplicados a la placa en cuestión, se puede señalar al programa que comience los cálculos matemáticos para realizar la simulación.

Una vez realizados, se debe seleccionar en el apartado resultado, la opción de mostrar deformación total:



*Figura 42: Resultado de la deformación en la placa. Fuente: elaboración propia*

Como se muestra en la anterior imagen, la deformación máxima se encuentra en el centro de la placa, donde se le esperaba, mientras que la deformación en las proximidades de los bordes empotrados es igual a 0.

La simulación con el programa ANSYS ofrece una deformación máxima de 0,004116 metros, que son 4,1 milímetros, por lo tanto, el error está en las diezmilésimas y es de 1, el cual es completamente asumible.

Para asegurar el cálculo, se usará también las soluciones Tabuladas en la zona de las grandes deformaciones, y si se encuentran grandes diferencias con la teoría de las pequeñas deformaciones se realizará la simulación en ANSYS.

Para realizar el cálculo usando la teoría de las grandes deformaciones, se usará la interfaz de Soluciones Tabuladas creada en el programa Excel VBA, donde solo se requiere introducir los datos:

Grandes Deformaciones

Volver

a/b= 2

Elegir Aproximadamente

☐ a/b = 1 Simplemente apoyado

☐ a/b = 1,5 Simplemente apoyado

☐ a/b = 2 Simplemente apoyado

☐ a/b = 1 Empotrado

☒ a/b > 1,5 Empotrado

Calcular Espesor

Calcular carga

Deformación máxima

Largo a 2000 mm

Ancho b 1000 mm

Espesor t mm

Carga 0.2 MPa

Def.max w 4 mm

Modulo Young = 200000 MPa

Número de Poisson, v= 0.3

Datos predeterminados

CALCULAR

Dato: 17,8739458017347 mm

*Figura 43: Datos y resultado del cálculo. Fuente: elaboración propia*

Una vez introducidos los datos, y aplicada la condición de contorno adecuada, se puede calcular la placa. El análisis con grandes deformaciones muestra un espesor de 17, 87 milímetros, con un error de 0,97 milímetros respecto al análisis con pequeñas deformaciones, por lo que se asegura que el cálculo del espesor de la placa para resistir esa presión transversal uniforme con una deformación máxima preestablecida es suficientemente con los estándares de calidad adecuados.

A continuación, se expondrán los resultados con los 3 tipos de análisis con sus respectivas diferencias:

**1. Soluciones Tabuladas, Pequeñas deformaciones:**

Espesor = 18,84 milímetros

Deformación máxima = 4 milímetros

**2. Elementos Finitos, ANSYS:**

Espesor = 18,84 milímetros

Deformación máxima = 4,1 milímetros

**3. Soluciones Tabuladas, Grandes Deformaciones:**

Espesor = 17, 87 milímetros

Deformación máxima = 4 milímetros

La diferencia entre espesores no sobrepasa la milésima en ningún caso, por lo que el análisis no lineal de las Grandes Deformaciones no ofrece una información que permita abandonar el análisis de las pequeñas deformaciones.

Por lo tanto, se escogerá como resultado un espesor de 19 milímetros, dado que así se sobrepasará el análisis de las soluciones tabuladas usando las teorías de las grandes y pequeñas deformaciones y se asegura que se cumple el requisito mínimo de 4 milímetros de deformación máxima incluido en la simulación con los elementos finitos.

**3.3.2 Deformación de placa de tanque de carga sometida a grandes presiones.**

Se supone la chapa superior del doble fondo de un barco con mercancía a granel en contacto con la carga de forma geométrica rectangular donde el efecto de la carga se asimila a la una presión uniforme sobre todo el plano transversal de la placa, cuyas especificaciones sobrepasan las de diseño (se ha cargado más de lo debido) creando sobrepresiones en los elementos locales del barco.

El doble fondo tiene elementos estructurales de refuerzo longitudinales y transversales que delimitan una placa específica, cuya distancia entre longitudinales es



de 3200 de largo y 1500 de ancho que simulan las condiciones de empotramiento de una placa de ese mismo largo y ancho.

El espesor de la placa es de 25 milímetros y se estima una carga de 0,6 MPa de carga, y se pide la deformación actual de la placa en ese momento. La plancha esta formada de un acero S250 con un límite elástico de 250 MPa, un Módulo de Young de 210 GPa y un coeficiente de Poisson de 0,3.

Para comenzar, se realizará los análisis como en el anterior ejercicio, con la teoría de las pequeñas deformaciones, por lo tanto, se requerirá introducir los datos de la placa en la interfaz de Soluciones Tabuladas del programa Excel VBA:

Soluciones Tabuladas

Volver

☐ Bordes apoyados

☒ Bordes empotrados

☐ Cortos apoyados, Largos empotrados

☐ Calcular Espesor

☐ Calcular carga

☒ Deformación máxima

Largo a 3200 mm

Ancho b 1500 mm

Espesor t 25 mm

Carga 0.6 MPa

Def.max w mm

Modulo Young, E= 210000 MPa

Número de Poisson, v= 0.3

CALCULAR

Dato: 25,1125710402374 mm

Datos predeterminados

*Figura 44: Datos y resultado del cálculo. Fuente: elaboración propia*

Como se puede observar, la deformación que tiene la placa usando la teoría de las pequeñas deformaciones es similar, prácticamente igual, a el espesor de la placa, 25 milímetros, lo cual invalidaría la Teoría de las pequeñas deformaciones. Aun así, y para tener una mayor comparación de datos, se usará el programa ANSYS con el uso del método de los elementos finitos con la teoría de las pequeñas deformaciones. Para ello, se realizará lo mismo que en las figuras (39, 40, 41) con los datos consecuentes al ejercicio, es decir, crear la forma geométrica que simule a una placa con los datos ofrecidos por el ejercicio, aplicar sobre ella un mallado de igual tamaño de los elementos del mallado, aplicarle la misma condición de contorno y una presión transversal al plano de la placa con la magnitud acorde al ejercicio 2.

Una vez realizado los preparativos del cálculo, y aplicando el resultado de deformación total, se puede realizar el cálculo:

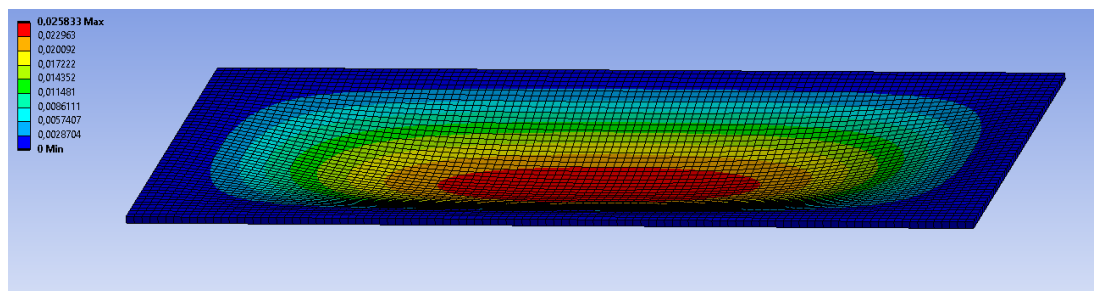


Figura 45: Resultado de la deformación en la placa. Fuente: elaboración propia

Como se muestra en la anterior imagen, parecida a la Figura 42, la deformación máxima con la teoría lineal de las pequeñas deformaciones es de 25,83 milímetros, similar al análisis con las Soluciones Tabuladas.

Dado que la deformación máxima es similar e incluso sobrepasa el espesor, la ecuación de la placa, y por ende la teoría de las pequeñas deformaciones no sirven un resultado adecuado, y hay que realizar el análisis con la Teoría no lineal de las grandes deformaciones, las cuales cuentan con el esfuerzo de membrana.

Para realizar el análisis, se requerirá la interfaz del programa Excel VBA de las Soluciones Tabuladas e introducir los datos de la placa en ella:

Grandes Deformaciones		Volver
<input type="radio"/> Calcular Espesor	Largo a <input type="text" value="3200"/> mm	a/b=2,133333333
<input type="radio"/> Calcular carga	Ancho b <input type="text" value="1500"/> mm	Elegir Aproximadamente
<input type="radio"/> Deformación máxima	Espesor t <input type="text" value="25"/> mm	<input type="checkbox"/> a/b = 1 Simplemente apoyado
	Carga <input type="text" value="0.6"/> MPa	<input type="checkbox"/> a/b = 1,5 Simplemente apoyado
	Def.max w <input type="text" value="25.83"/> mm	<input type="checkbox"/> a/b = 2 Simplemente apoyado
	Modulo Young = <input type="text" value="210000"/> MPa	<input type="checkbox"/> a/b = 1 Empotrado
	Número de Poisson, v= <input type="text" value="0.3"/>	<input checked="" type="checkbox"/> a/b > 1,5 Empotrado
	Datos predeterminados	CALCULAR
		Dato: <input type="text" value="16,539"/> mm

Figura 46: Datos y resultado del cálculo. Fuente: elaboración propia

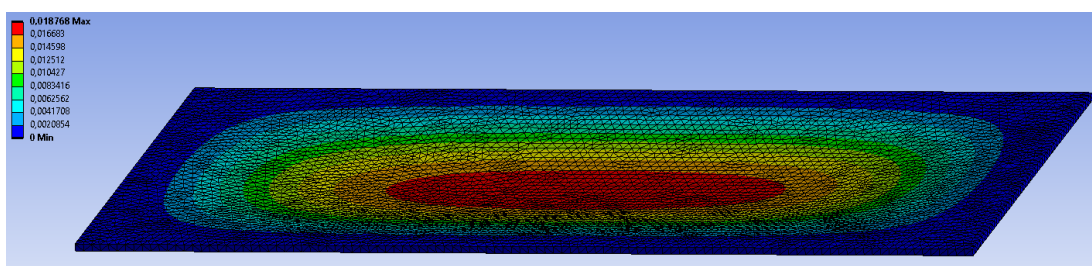
Como muestra el análisis realizado con la Teoría de las grandes deformaciones, la deformación máxima de la placa es de 16,539 milímetros, una diferencia de 8,57 milímetros respecto al análisis de las pequeñas deformaciones, lo que valida el uso de la teoría no lineal como la adecuada para un análisis más extenso, y se tomarán los resultados de la teoría linear como no válidos.

Para corresponder a la respuesta de las Soluciones Tabuladas de las grandes deformaciones, se realizará el análisis con elementos finitos con el programa ANSYS usando la teoría no lineal, y se completará con una comparación de resultados.

La realización de un análisis no lineal en ANSYS conlleva unos ajustes al mallado y a los ajustes analíticos previamente explicados que son:

- Cambiar la forma geométrica de los elementos a tetraedros.
- Activar la opción grandes deformaciones en los ajustes analíticos
- Aplicar a la placa simulada la condición de ajuste regional del mallado según las largas deformaciones.

Una vez realizados estos ajustes a la simulación en el programa, y completado todas las características previas ya explicadas previamente, se puede realizar el análisis con los elementos finitos:



*Figura 47: Resultado de la deformación en la placa simulada. Fuente: elaboración propia*

Como se aprecia en la anterior imagen, la deformación máxima se encuentra en el medio de la placa, y la simulación ofrece un resultado de deformación máxima de 18,768 milímetros en la zona coloreada de rojo.

Los resultados de los dos análisis son similares, 16,539 milímetros para las soluciones Tabuladas y 18,768 milímetros usando el método de los elementos finitos, lo que es 2,229 milímetros de error.

Que el error sea tan grande relativamente entre los dos análisis viene dado por la especificación de la relación largo / ancho en las Soluciones Tabuladas, las cuales son menos específicas que un análisis de largas deformaciones como el realizado por el método de los elementos finitos.

Por lo tanto, se escogerá como adecuado el resultado de la simulación por los elementos finitos y se relativizará con el resultado de las soluciones Tabuladas, obviamente en la Teoría de las Grandes Deformaciones.

### ***3.3.3 Deformación Máxima permanente Permitida***

El revestimiento en la parte inferior plana de una de las columnas cilíndricas de una TLP (*Tensión Leg Platform*) está 12 m por debajo de la superficie del agua. Con una cresta de ola de amplitud 10 metros la presión total en el revestimiento es aproximadamente 0,225 kPa.

El revestimiento esta formado por acero dulce, con un módulo de Young de 208 GPa y un límite elástico de 240 MPa, y el revestimiento esta diseñado para la deformación permanente no exceda los 14 milímetros, con un máximo de espesor de 12 milímetros.

El revestimiento esta soportado por vigas largas a modo de armazón y refuerzos a modo de vigas más cortas que les atraviesan transversalmente, formando una placa asimilada rectangular de 3 metros x 1 metro.

Se busca el espesor que debe de tener la placa para que a la presión transversal aplicada genere una deformación permanente máxima de 14 milímetros.

Para realizar el análisis, se usará la interfaz del programa Excel VBA de deformación máxima permisible, insertando los datos ofrecidos. La interfaz usara las fórmulas semi-empíricas propuestas en la teoría para realizar el cálculo:

Diseño en base a la máxima deformación permanente admitida

Volver

◦ Calcular Espesor

◦ Calcular Presión

◦ Deformación Permanente

◦ Deformación Inicial por Soldadura

Largo a3000mm

Ancho b1000mm

Espesor tmm

Presión p0.225MPa

Def.max w14mm

Modulo Young, E=208000MPa

Tensión de Fluencia =240MPa

Número de Poisson, v=0.3

Dato:12,4960005891825mm

Datos predeterminados

CALCULAR

*Figura 48: Datos y resultado del cálculo, 1. Fuente: elaboración propia*

Cuando se introducen los datos y se presiona el botón de calcular, la interfaz nos ofrece el espesor necesario para cumplir las condiciones, 12,49 milímetros.

Dado que supera el máximo propuesto de espesor, se decide contar con un acero con un límite elástico mayor, 280 MPa, que aplicando el nuevo dato a la interfaz:

Diseño en base a la máxima deformación permanente admitida

Volver

◦ Calcular Espesor

◦ Calcular Presión

◦ Deformación Permanente

◦ Deformación Inicial por Soldadura

Largo a3000mm

Ancho b1000mm

Espesor tmm

Presión p0.225MPa

Def.max w14mm

Modulo Young, E=208000MPa

Tensión de Fluencia =280MPa

Número de Poisson, v=0.3

Dato:11,4591071896992mm

Datos predeterminados

CALCULAR

*Figura 49: Datos y resultado del cálculo,2. Fuente: elaboración propia*

El resultado del cálculo de el espesor es de 11,459 milímetros, lo cual cumple con las condiciones.

Para reducir el espesor de el revestimiento, sin tener opción a cambiar de material, se deberán aplicar armazones adicionales transversal al plano del revestimiento, reduciendo por ende a la mitad la altura de las placas delimitadas por los armazones a la mitad, es decir  $a = 1500$  milímetros, mientras que  $b = 1000$  milímetros, que es igual.

Con esta variación de datos, y usando acero dulce:

Diseño en base a la máxima deformación permanente admitida

Volver

◦ Calcular Espesor

◦ Calcular Presión

◦ Deformación Permanente

◦ Deformación Inicial por Soldadura

Largo a1500mm

Ancho b1000mm

Espesor tmm

Presión p0.225MPa

Def.max w14mm

Modulo Young, E=208000MPa

Tensión de Fluencia =240MPa

Número de Poisson, v=0.3

Dato:9,14467209180703mm

CALCULAR

Datos predeterminados

*Figura 50: Datos y resultado del cálculo,3. Fuente: elaboración propia*

Con el nuevo diseño, el espesor se reduce de forma considerable, en torno a 3 milímetros, siendo en este caso específico del valor de 9,144 milímetros.

### **3.3.4 Cargas Concentradas en cubierta**

La cubierta de carga hecha de acero de un buque tiene un espaciado de longitudinales de 1800 milímetros y un espacio entre refuerzos transversales de 600 milímetros, siendo su máxima deformación permanente de 8 milímetros, siendo las mayores concentraciones de esfuerzos las siguientes:

- Una carga de 10 toneladas producido por ruedas de camión, con una huella de 500 milímetros x 200 milímetros.
- Impacto accidental tras rotura de pallet de carga con la placa, siendo esta de 15 toneladas, con una huella de caída de 100 milímetros x 50 milímetros.

Se deberá hallar un espesor que resista las dos concentraciones de esfuerzos con una deformación permanente de 8 milímetros, y hallar la carga de Ruedas de camión de misma huella (500 x 200) necesaria para generar esa deformación permanente con el resultado del espesor por Impactos.

El acero es acero dulce con un módulo de Young de 208 GPa, un límite elástico de 240 MPa y un coeficiente de Poisson de 0,3

Para comenzar, se deben introducir los datos necesarios para conocer el parámetro adimensional de la huella de carga  $\lambda$  y decidir una vez calculado la forma de análisis requerido para el cálculo: Ruedas grandes o pequeñas.

The screenshot shows a software interface titled "Cargas Concentradas". It contains several input fields and buttons. On the left, there are three radio buttons: "Calcular Espesor", "Calcular carga", and "Deformación Permanente". Below these are input fields for "f huella" (500 mm) and "e huella" (200 mm). A calculated value for  $\lambda$  is shown as 0.52704627669473. Below this, there are three checkboxes: "Ruedas Grandes" (with  $\lambda > 2$  above it), "Ruedas pequeñas" (with  $\lambda < 2$  above it), and "Impactos" (with  $\lambda < 0,8$  above it). In the center, there are input fields for "Largo a" (1800 mm), "Ancho b" (600 mm), "Espesor t", "Carga" (toneladas), and "Def.max w" (mm). Below these is a diagram of a rectangular plate with dimensions "a" and "b", and a central load area with dimensions "f" and "e". To the right of the diagram are input fields for "Modulo Young, E=" (MPa), "Tensión de Fluencia =" (MPa), and "Número de Poisson, v=". At the bottom center is a button labeled "Datos predeterminados". On the top right is a button labeled "Volver". In the middle right is a button labeled "CALCULAR". Below it is a "Dato:" input field. At the bottom right is a button labeled "IMPACTOS".

Figura 51: Introducción de parámetros y visualización del parámetro  $\lambda$ .

Fuente: elaboración propia

Una vez la interfaz muestra el parámetro  $\lambda$ , en este caso, el resultado es 0,5 menor que 2, por lo tanto, se requiere del análisis de las ruedas pequeñas para realizar el cálculo.

Introduciendo los datos, usando el análisis de ruedas pequeñas y calculando el espesor:

**Cargas Concentradas**

☐ Calcular Espesor

☐ Calcular carga

☐ Deformación Permanente

f huella: 500 mm

e huella: 200 mm

$\lambda =$  0.52704627669473

☐  $\lambda > 2$

☐ Ruedas Grandes

☐  $\lambda < 2$

☒ Ruedas pequeñas

☐  $\lambda < 0,8$

☐ Impactos

Largo a: 1800 mm

Ancho b: 600 mm

Espesor t: mm

Carga: 10 toneladas

Def.max w: 8 mm

Modulo Young, E: 208000 MPa

Tensión de Fluencia: 240 MPa

Número de Poisson, v: 0.3

Datos predeterminados

**Volver**

**CALCULAR**

Dato: 9,40687844815372 mm

**IMPACTOS**

Figura 52: Datos y resultado del cálculo, I. Fuente: elaboración propia

Con el análisis de ruedas pequeñas, la interfaz nos muestra el resultado del espesor que deberá tener la placa de la cubierta para aguantar las ruedas con la deformación permanente requerida: 9,4 milímetros.

Sin embargo, primero se debe continuar el análisis con los impactos, puesto que el espesor ofrecido por ese análisis según un impacto accidental puede ser mayor, en cuyo caso se tendría que escoger ese resultado.

Para realizar el análisis de impactos, en la misma interfaz del programa Excel VBA se rellenan los datos correspondientes al nuevo apartado:



Cargas Concentradas

Volver

☐ Calcular Espesor

☐ Calcular carga

☐ Deformación Permanente

f huella  mm

e huella  mm

$\lambda =$

☐  $\lambda > 2$

☐ Ruedas Grandes

☐  $\lambda < 2$

☐ Ruedas pequeñas

☐  $\lambda < 0,8$

☒ Impactos

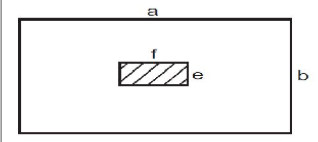
Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Carga  toneladas

Def.max w  mm



Modulo Young, E=  MPa

Tensión de Fluencia =  MPa

Número de Poisson, v=

Datos predeterminados

CALCULAR

Dato:  mm

IMPACTOS

*Figura 53: Datos y resultado del cálculo,2. Fuente: elaboración propia*

El parámetro  $\lambda < 0,8$  por lo tanto, el análisis de impactos se puede realizar.

Una vez elegida la opción de Impactos, rellenos los datos correspondientes a la placa y a la huella formada por la caída, se acciona el botón de impactos, y la interfaz ofrece el resultado del espesor: 15, 6 milímetros.

Este último espesor es mayor que el primero, obtenido con el análisis de las Ruedas Grandes, por lo tanto, se escogerá el espesor de 15,6 milímetros.

Por consideraciones de diseño, se aplicará el análisis de máxima carga producida por ruedas soportada por la placa con el espesor escogido y la deformación permanente de 8 milímetros:

☐ Calcular Espesor

☒ Calcular carga

☐ Deformación Permanente

f huella  mm

e huella  mm

$\lambda =$

☐  $\lambda > 2$  Ruedas Grandes

☐  $\lambda < 2$

☒ Ruedas pequeñas

☐  $\lambda < 0,8$

☐ Impactos

**Cargas Concentradas**

Largo a  mm

Ancho b  mm

Espesor t  mm

Carga  toneladas

Def.max w  mm

Modulo Young, E=  MPa

Tensión de Fluencia =  MPa

Número de Poisson, v=

**Datos predeterminados**

**Volver**

**CALCULAR**

Dato:  t

**IMPACTOS**

*Figura 54: Datos y resultado del cálculo,3. Fuente: elaboración propia*

La carga que puede soportar la plancha con el máximo de 8 milímetros de deformación permanente es de 25 Toneladas.

Como comparación, ha habido un incremento de 6,2 milímetros en el espesor entre los esfuerzos propuestos inicialmente, y ese incremento ha resultado en un aumento de carga de 15 toneladas respecto al transporte de carga rodada.

## **4. CONCLUSIONES.**

Los métodos de cálculo de este tipo de estructuras navales, sin ayuda computacional, son increíblemente complicados si se desea realizar con la precisión que se requiere en los estándares modernos de la construcción naval, por lo tanto, se requieren de fórmulas semiempíricas cuya exactitud se ve disminuida, sin embargo, ofrecen una muy buena referencia respecto al diseño final.

El diseño final, basado en estos cálculos semiempíricos, en lo relativo a la normativa vigente en torno a la construcción naval propuestos por las entidades agrupadas en el IACS, es completamente válido por sí mismo.

Sin embargo, y dado que existe la ayuda computacional, el uso de estos cálculos semiempíricos como única forma de realizar cálculos de este tipo de estructuras no procede. Esto se debe a que una consideración importante para tener en cuenta en lo relativo al diseño, es el tiempo en el cual el diseñador puede tener los cálculos realizados, y con la ayuda computacional en este caso con el programa Excel VBA que realiza el dimensionamiento, estos cálculos semiempíricos se pueden realizar en cuestión de segundos.

Esto converge en que se pueden realizar más tipos de análisis referentes a las estructuras navales de orden tercero en el mismo espacio de tiempo, por ejemplo, los análisis usando el método de los elementos finitos con el programa ANSYS, ofrecen en este caso una simulación certera del comportamiento elástico en planchas navales, los cuales también pueden ser presentados a las entidades agrupadas en el IACS y llegar a ser validos por la normativa.

Por lo tanto, los datos recabados aumentan en número, y con ello una mayor confianza en que el análisis del dimensionamiento es certero, dándole una mayor seguridad al diseñador de que sus cálculos son correctos.

Por último, hay una gran cantidad de métodos de cálculo de estructuras navales de tercer orden, formulas analíticas, empíricas y una gran cantidad de formulas semiempíricas que este trabajo no incluye, por lo tanto, un segundo paso a la creación de este trabajo podría ser el estudio de nuevas formas de cálculo y aplicarlas al programa Excel VBA, para poder obtener nuevos datos para comparar.

Otra forma de continuar este trabajo sería añadir estudios de cómo afecta el quebranto y arrufo, los esfuerzos de primer orden, en las placas navales, para conseguir un análisis más completo de este tipo de estructuras.

## **Bibliografía**

- Celigüeta, J. T. (2000). *Método de los Elementos Finitos*. Tecnun.
- Clarkson, J. (1962). *Uniform pressure tests of plates*. Transactions of the Royal Institution of Naval Architects.
- Hughes, O. F., & Paik, J. K. (2010). *Ship Structural Analysis and Design*. New Jersey: Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME).
- Konieczny, L., & Bogdaniuk, M. (1999). *Design of transversely loaded plating based on allowable*. Marine Structures.
- Levy, S. (1942). *Bending of Rectangular Plates with Large Deflections*. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics/NASA.
- Massa, J., Giró, J., & Giudici, A. (2017). *Compendio de Calculo Estructural II*. Universidad de Córdoba.
- Moody, W. (1963). *Moments and Reactions for Rectangular Plates*. Denver, Colorado: United States Department of Interior.
- Muckle, W. (1967). *STRENGTH OF SHIPS' STRUCTURES*. London: Edward Arnold.
- Reddy, J. (2006). *Theory and Analysis of Elastic Plates and shells* (2 ed.). CRC Press.  
doi:<https://doi.org/10.1201/9780849384165>
- Timoshenko, S. (1959). *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill.
- Wang, C.-T. (1948). *Bending of Rectangular Plates with Large Deflections*. National Advisory Committee for Aeronautics/NASA.
- Young, W. C., & Budynas, R. G. (2002). *Roark's Formulas For Stress And Strain*. McGraw-Hill.

## **Anexo I**

### ***Código VBA: Dimensionamiento de Placas Navales***

```
Sub Comenzar() Application.Visible = False UserForm6.Show

End Sub

Private Sub a_b_Click() Largo.Enabled = False Ancho.Enabled = False
Espesor.Enabled = True Presion.Enabled = True Def_max.Enabled = True
Largo.BackColor = &H8000000A Ancho.BackColor = &H8000000A
Espesor.BackColor = &H80000005 Presion.BackColor = &H80000005
Def_max.BackColor = &H80000005

a_b_Pref.Visible = True a_b_Preferido.Visible = True
TextBox1.Text = 0

TextBox2.Text = 0 TextBox2.Visible = False Unidades_2.Visible =
False

End Sub

Private Sub a_b_Pref_Change() Hoja1.Range("$C$27").Value =
a_b_Pref.Text End Sub

Private Sub a_Click() Largo.Enabled = False Ancho.Enabled = True
Espesor.Enabled = True Presion.Enabled = True Def_max.Enabled = True
Largo.BackColor = &H8000000A Ancho.BackColor = &H80000005
Espesor.BackColor = &H80000005 Presion.BackColor = &H80000005
Def_max.BackColor = &H80000005

a_b_Pref.Visible = False a_b_Preferido.Visible = False
TextBox1.Text = 0

TextBox2.Text = 0 TextBox2.Visible = False Unidades_2.Visible =
False

End Sub

Private Sub Ancho_Change() Hoja1.Range("$E$16").Value = Ancho.Text
End Sub

Private Sub b_Click() Largo.Enabled = True Ancho.Enabled = False
Espesor.Enabled = True Presion.Enabled = True Def_max.Enabled = True
Largo.BackColor = &H80000005 Ancho.BackColor = &H8000000A
Espesor.BackColor = &H80000005 Presion.BackColor = &H80000005
Def_max.BackColor = &H80000005

a_b_Pref.Visible = False a_b_Preferido.Visible = False
TextBox1.Text = 0

TextBox2.Text = 0 TextBox2.Visible = False

Unidades_2.Visible = False

End Sub

Private Sub Calcular_todo_Click()
```

```
If a.Value = True Then mytarget = Range("$C$19")

SolverOk SetCell:="$J$12", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$E$15", _ Engine:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"

solv solve SolverReset

TextBox1.Text = Hoja1.Range("$E$15").Value Unidades.Caption =
("mm")

ElseIf b.Value = True Then mytarget = Range("$C$19")

SolverOk SetCell:="$J$12", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$E$16", _ Engine:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"

solv solve SolverReset

TextBox1.Text = Hoja1.Range("$E$16").Value Unidades.Caption =
("mm")

ElseIf t.Value = True Then mytarget = Range("$C$19")

SolverOk SetCell:="$J$12", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$E$17", _ Engine:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"

solv solve SolverReset

TextBox1.Text = Hoja1.Range("$E$17").Value Unidades.Caption =
("mm")

ElseIf p.Value = True Then mytarget = Range("$C$19")

SolverOk SetCell:="$J$12", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$18", _ Engine:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"

solv solve SolverReset

TextBox1.Text = Hoja1.Range("$C$18").Value Unidades.Caption =
("MPa")

ElseIf a_b.Value = True Then mytarget = Range("$C$19")

SolverOk SetCell:="$J$12", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$E$15,$E$16" _
, Engine:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"

SolverAdd CellRef:="$I$22", Relation:=3, FormulaText:="$K$22"
SolverAdd CellRef:="$B$27", Relation:=2, FormulaText:="$C$27"

solv solve SolverReset

TextBox1.Text = Hoja1.Range("$E$15").Value TextBox2.Visible = True
TextBox2.Text = Hoja1.Range("$E$16").Value Unidades.Caption =
("mm") Unidades_2.Visible = True Unidades_2.Caption = ("mm")

ElseIf w.Value = True Then

TextBox1.Text = Hoja1.Range("$J$13").Value Unidades.Caption = "mm"
```

```
ElseIf Mx.Value = True Then
    TextBox1.Text = Hoja1.Range("$L$17").Value Unidades.Caption = "Nm"

ElseIf My.Value = True Then
    TextBox1.Text = Hoja1.Range("$K$15").Value Unidades.Caption = "Nm"
End If End Sub

Private Sub CommandButton1_Click() UserForm1.Hide
UserForm6.Show End Sub

Private Sub Def_max_Change() Hoja1.Range("$E$19").Value =
Def_max.Text End Sub

Private Sub Espesor_Change() Hoja1.Range("$E$17").Value =
Espesor.Text End Sub

Private Sub Label15_Click()

End Sub

Private Sub Largo_Change() Hoja1.Range("$E$15").Value = Largo.Text
End Sub

Private Sub Modulo_young_Change() Hoja1.Range("$C$20").Value =
Modulo_young.Text End Sub

Private Sub Mx_Click() Largo.Enabled = True Ancho.Enabled = True
Espesor.Enabled = True Presion.Enabled = True Def_max.Enabled = False
Largo.BackColor = &H80000005 Ancho.BackColor = &H80000005
Espesor.BackColor = &H80000005 Presion.BackColor = &H80000005
Def_max.BackColor = &H8000000A
a_b_Pref.Visible = False a_b_Preferido.Visible = False
TextBox1.Text = 0
TextBox2.Text = 0 TextBox2.Visible = False Unidades_2.Visible =
False
End Sub

Private Sub My_Click() Largo.Enabled = True Ancho.Enabled = True
Espesor.Enabled = True Presion.Enabled = True Def_max.Enabled = False
Largo.BackColor = &H80000005 Ancho.BackColor = &H80000005
Espesor.BackColor = &H80000005 Presion.BackColor = &H80000005
Def_max.BackColor = &H8000000A
a_b_Pref.Visible = False a_b_Preferido.Visible = False
TextBox1.Text = 0
TextBox2.Text = 0 TextBox2.Visible = False Unidades_2.Visible =
False
End Sub
```



```
Private Sub p_Click() Largo.Enabled = True Ancho.Enabled = True
Espesor.Enabled = True Presion.Enabled = False Def_max.Enabled = True
Largo.BackColor = &H80000005 Ancho.BackColor = &H80000005
Espesor.BackColor = &H80000005 Presion.BackColor = &H8000000A
Def_max.BackColor = &H80000005
a_b_Pref.Visible = False a_b_Preferido.Visible = False
TextBox1.Text = 0
TextBox2.Text = 0 TextBox2.Visible = False Unidades_2.Visible =
False
End Sub
```

```
Private Sub Poisson_Change() Hoja1.Range("$C$21").Value =
Poisson.Text End Sub
```

```
Private Sub Predeterminados_Click() 'Hoja1.Range("$Q$1").Value =
Modulo_young.Text 'Hoja1.Range("$Q$2").Value = Poisson.Text
Modulo_young.Text = Hoja1.Range("$Q$1").Value Poisson.Text =
Hoja1.Range("$Q$2").Value
```

```
End Sub
```

```
Private Sub Presion_Change() Hoja1.Range("$C$18").Value =
Presion.Text End Sub
```

```
Private Sub t_Click() Largo.Enabled = True Ancho.Enabled = True
Espesor.Enabled = False Presion.Enabled = True Def_max.Enabled = True
Largo.BackColor = &H80000005 Ancho.BackColor = &H80000005
Espesor.BackColor = &H8000000A Presion.BackColor = &H80000005
Def_max.BackColor = &H80000005
a_b_Pref.Visible = False a_b_Preferido.Visible = False
TextBox1.Text = 0
TextBox2.Text = 0 TextBox2.Visible = False
End Sub
```

```
Private Sub w_Click() Largo.Enabled = True Ancho.Enabled = True
Espesor.Enabled = True Presion.Enabled = True Def_max.Enabled = False
Largo.BackColor = &H80000005 Ancho.BackColor = &H80000005
Espesor.BackColor = &H80000005 Presion.BackColor = &H80000005
Def_max.BackColor = &H8000000A
a_b_Pref.Visible = False a_b_Preferido.Visible = False
TextBox1.Text = 0
TextBox2.Text = 0 TextBox2.Visible = False
End Sub
```

```
Private Sub Ancho_B_Change() Hoja2.Range("$B$2").Value =
Ancho_B.Text
```

```
End Sub
```

```
Private Sub Calcular_todo_Click()
```

```
If Espesor_Opcion.Value = True Then mytarget = Range("$B$11")
    SolverOk    SetCell:="$L$3",    MaxMinVal:=3,    ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$4", Engine _
    :=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
    SolverReset
    TextBox1.Text = Hoja2.Range("$B$4").Value Unidades.Caption = ("mm")

    ElseIf Presion_opcion.Value = True Then mytarget = Range("$L$3")
    SolverOk    SetCell:="$B$11",    MaxMinVal:=3,    ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$3", Engine _
    :=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
    SolverReset
    TextBox1.Text = Hoja2.Range("$B$3").Value Unidades.Caption =
("Mpa")

    ElseIf deformacion_maxima_opcion.Value = True Then mytarget =
Range("$B$11")
    SolverOk    SetCell:="$L$3",    MaxMinVal:=3,    ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$5", Engine _
    :=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
    SolverReset
    TextBox1.Text = Hoja2.Range("$B$5").Value Unidades.Caption = ("mm")
    ElseIf p_Wpi.Value = True Then mytarget = Range("$B$11")
    SolverOk    SetCell:="$B$11",    MaxMinVal:=3,    ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$3", Engine _
    :=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
    SolverReset
    TextBox1.Text = Hoja2.Range("$B$3").Value Unidades.Caption =
("Mpa")
    ElseIf t_Wpi.Value = True Then mytarget = Range("$B$11")
    SolverOk    SetCell:="$E$3",    MaxMinVal:=3,    ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$4", Engine:=1 _
    , EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
    SolverReset
    TextBox1.Text = Hoja2.Range("$B$4").Value Unidades.Caption = ("mm")
    ElseIf w_Wpi.Value = True Then mytarget = Range("$B$11")
    SolverOk    SetCell:="$E$3",    MaxMinVal:=3,    ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$5", Engine _
    :=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
    SolverReset
    TextBox1.Text = Hoja2.Range("$B$5").Value Unidades.Caption = ("mm")
End If End Sub

Private Sub CommandButton1_Click() UserForm2.Hide
UserForm6.Show End Sub

Private Sub deformacion_maxima_opcion_Click() Largo_a.Enabled =
True
```

```
Ancho_B.Enabled = True Espesor_datos.Enabled = True

    presion_datos.Enabled = True Deformacion_maximo_datos.Enabled = False
    Largo_a.BackColor = &H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005
    Espesor_datos.BackColor = &H80000005 presion_datos.BackColor =
    &H80000005 Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H8000000A

    p_Wpi.Visible = False t_Wpi.Visible = False w_Wpi.Visible = False
    Label17.Visible = False BETA.Visible = False

End Sub

Private Sub Deformacion_maximo_datos_Change()
    Hoja2.Range("$B$5").Value = Deformacion_maximo_datos.Text End Sub

Private Sub Deformacion_Soldadura_opcion_Click() Largo_a.Enabled =
True

    Ancho_B.Enabled = True Espesor_datos.Enabled = True
    presion_datos.Enabled = True Deformacion_maximo_datos.Enabled = True
    Largo_a.BackColor = &H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005
    Espesor_datos.BackColor = &H80000005 presion_datos.BackColor =
    &H80000005

    Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H80000005 p_Wpi.Visible = True
    t_Wpi.Visible = True w_Wpi.Visible = True
    Label17.Visible = True BETA.Visible = True

End Sub

Private Sub Espesor_datos_Change() Hoja2.Range("$B$4").Value =
Especor_datos.Text BETA.Caption = Hoja2.Range("$B$10").Value

    If Error Then Hoja2.Range("$B$10").Value = 10 End If

End Sub

Private Sub Espesor_Opcion_Click() Largo_a.Enabled = True
Ancho_B.Enabled = True Espesor_datos.Enabled = False
presion_datos.Enabled = True

    Deformacion_maximo_datos.Enabled = True Largo_a.BackColor =
    &H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005 Espesor_datos.BackColor =
    &H8000000A presion_datos.BackColor = &H80000005
    Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H80000005

    p_Wpi.Visible = False t_Wpi.Visible = False w_Wpi.Visible = False
    Label17.Visible = False BETA.Visible = False

End Sub

Private Sub Largo_a_Change() Hoja2.Range("$B$1").Value =
Largo_a.Text End Sub

Private Sub Modulo_young_Change() Hoja2.Range("$B$7").Value =
Modulo_young.Text End Sub

Private Sub p_Wpi_Click() Largo_a.Enabled = True Ancho_B.Enabled =
True Espesor_datos.Enabled = True presion_datos.Enabled = False

    Deformacion_maximo_datos.Enabled = True Largo_a.BackColor =
    &H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005
```

```
    Espesor_datos.BackColor = &H80000005 presion_datos.BackColor =  
&H8000000A Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H80000005 End Sub
```

```
Private Sub Poisson_Change() Hoja2.Range("$B$9").Value =  
Poisson.Text End Sub
```

```
Private Sub Predeterminados_Click() Modulo_young.Text =  
Hoja2.Range("$Q$1").Value Poisson.Text = Hoja2.Range("$Q$2").Value  
Tension_Fluencia.Text = Hoja2.Range("$Q$3").Value End Sub
```

```
Private Sub presion_datos_Change() Hoja2.Range("$B$3").Value =  
presion_datos.Text End Sub
```

```
Private Sub Presion_opcion_Click() Largo_a.Enabled = True  
Ancho_B.Enabled = True Espesor_datos.Enabled = True  
presion_datos.Enabled = False
```

```
    Deformacion_maximo_datos.Enabled = True Largo_a.BackColor =  
&H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005 Espesor_datos.BackColor =  
&H80000005 presion_datos.BackColor = &H8000000A  
    Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H80000005  
    p_Wpi.Visible = False t_Wpi.Visible = False w_Wpi.Visible = False  
    Label17.Visible = False BETA.Visible = False  
End Sub
```

```
Private Sub t_Wpi_Click() Largo_a.Enabled = True Ancho_B.Enabled =  
True Espesor_datos.Enabled = False presion_datos.Enabled = True  
    Deformacion_maximo_datos.Enabled = True Largo_a.BackColor =  
&H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005 Espesor_datos.BackColor =  
&H8000000A presion_datos.BackColor = &H80000005  
    Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H80000005 End Sub
```

```
Private Sub Tension_Fluencia_Change() Hoja2.Range("$B$8").Value =  
Tension_Fluencia.Text BETA.Caption = Hoja2.Range("$B$10").Value  
End Sub
```

```
Private Sub w_Wpi_Click() Largo_a.Enabled = True Ancho_B.Enabled =  
True Espesor_datos.Enabled = True presion_datos.Enabled = True  
    Deformacion_maximo_datos.Enabled = False Largo_a.BackColor =  
&H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005 Espesor_datos.BackColor =  
&H80000005 presion_datos.BackColor = &H80000005  
    Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H8000000A End Sub
```

```
Private Sub Ancho_B_Change() Hoja3.Range("$B$2").Value =  
Ancho_B.Text End Sub
```

```
Private Sub Calcular_todo_Click()
```

```
If Espesor_Opcion.Value = True And Ruedas_grandes.Value = True And
Ruedas_Pequeñas.Value = False Then
    mytarget = Range("$F$4")
    SolverOk SetCell:="$H$2", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$4", Engine:= _ 1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
    solversolve SolverReset
    Dato.Text = Hoja3.Range("$B$4").Value Unidades.Caption = ("mm")

    ElseIf deformacion_maxima_opcion.Value = True And
Ruedas_grandes.Value = True And Ruedas_Pequeñas.V alue = False Then

    mytarget = Range("$F$4")
    SolverOk SetCell:="$H$2", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$5", Engine:= _ 1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
    solversolve SolverReset
    Dato.Text = Hoja3.Range("$B$5").Value Unidades.Caption = ("mm")

    ElseIf Presion_opcion.Value = True And Ruedas_grandes.Value = True
And Ruedas_Pequeñas.Value = Fals e Then
    mytarget = Range("$H$2")
    SolverOk SetCell:="$F$4", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$3", Engine:= _ 1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
    solversolve SolverReset
    Dato.Text = Hoja3.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("t")
    End If

    If Espesor_Opcion.Value = True And Ruedas_Pequeñas.Value = True And
Ruedas_grandes.Value = False Then

    mytarget = Range("$J$4")
    SolverOk SetCell:="$H$2", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$4", Engine:= _ 1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
    solversolve SolverReset
    Dato.Text = Hoja3.Range("$B$4").Value Unidades.Caption = ("mm")

    ElseIf deformacion_maxima_opcion.Value = True And
Ruedas_Pequeñas.Value = True And Ruedas_grandes.V alue = False Then
    mytarget = Range("$J$4")
    SolverOk SetCell:="$H$2", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$5", Engine:= _ 1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
    solversolve SolverReset
    Dato.Text = Hoja3.Range("$B$5").Value Unidades.Caption = ("mm")

    ElseIf Presion_opcion.Value = True And Ruedas_Pequeñas.Value = True
And Ruedas_grandes.Value = Fals e Then
    mytarget = Range("$H$2")
    SolverOk SetCell:="$J$4", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$3", Engine:= _ 1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
    solversolve SolverReset
```

```
Dato.Text = Hoja3.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("t")
End If

If Ruedas_Pequeñas.Value = True And Ruedas_grandes.Value = True
Then MsgBox ("Elige Tipo de Ruedas")
End If

End Sub

Private Sub carga_dato_Change() Hoja3.Range("$C$3").Value =
carga_dato.Text End Sub

Private Sub CommandButton1_Click() UserForm3.Hide
UserForm6.Show End Sub

Private Sub deformacion_maxima_opcion_Click() Largo_a.Enabled =
True

Ancho_B.Enabled = True Espesor_dato.Enabled = True
carga_dato.Enabled = True Deformacion_maximo_dato.Enabled = False
Largo_a.BackColor = &H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005
Espesor_dato.BackColor = &H80000005 carga_dato.BackColor = &H80000005
Deformacion_maximo_dato.BackColor = &H8000000A End Sub

Private Sub Deformacion_maximo_dato_Change()
Hoja3.Range("$B$5").Value = Deformacion_maximo_dato.Text End Sub

Private Sub Espesor_dato_Change()

'Lambda.Text = Hoja3.Range("$B$16").Value
Hoja3.Range("$B$4").Value = Espesor_dato.Text
End Sub

Private Sub Espesor_Opcion_Click() Largo_a.Enabled = True
Ancho_B.Enabled = True Espesor_dato.Enabled = False
carga_dato.Enabled = True

Deformacion_maximo_dato.Enabled = True Largo_a.BackColor =
&H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005 Espesor_dato.BackColor =
&H8000000A carga_dato.BackColor = &H80000005
Deformacion_maximo_dato.BackColor = &H80000005 End Sub

Private Sub Huella_e_Change() Hoja3.Range("$B$14").Value =
Huella_e.Text Lambda.Text = Hoja3.Range("$B$16").Value End Sub

Private Sub huella_f_Change() Hoja3.Range("$B$13").Value =
huella_f.Text Lambda.Text = Hoja3.Range("$B$16").Value End Sub

Private Sub impactos_calcular_Click()

'And Ruedas_grandes.Value = False And Ruedas_Pequeñas.Value = False
If Presion_opcion.Value = True And Impactos.Value = True Then

mytarget = Range("$H$15")

SolverOk SetCell:="$F$13", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
```

```
ByChange:="$C$3", _ Engine:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
    solversolve SolverReset
    Dato.Text = Hoja3.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("t")
    ElseIf Espesor_Opcion.Value = True And Impactos.Value = True Then
mytarget = Range("$H$15")
    SolverOk SetCell:="$F$13", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$4", _ Engine:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear"
    solversolve
    SolverReset

    Dato.Text = Hoja3.Range("$B$4").Value Unidades.Caption = ("mm")

    ElseIf deformacion_maxima_opcion.Value = True And Impactos.Value =
True Then mytarget = Range("$H$15")
    SolverOk SetCell:="$F$13", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$B$5", Engine _
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
    SolverReset
    Dato.Text = Hoja3.Range("$B$5").Value Unidades.Caption = ("mm")

End If
End Sub

Private Sub Lambda_AfterUpdate() Lambda.Text =
Hoja3.Range("$B$16").Value End Sub

Private Sub Largo_a_Change()

Hoja3.Range("$B$1").Value = Largo_a.Text End Sub

Private Sub Modulo_young_Change() Hoja3.Range("$B$7").Value =
Modulo_young.Text End Sub

Private Sub Poisson_Change() Hoja3.Range("$B$9").Value =
Poisson.Text End Sub

Private Sub Predeterminados_Click() Modulo_young.Text =
Hoja3.Range("$Q$1").Value Poisson.Text = Hoja3.Range("$Q$2").Value
Tension_Fluencia.Text = Hoja3.Range("$Q$3").Value End Sub

Private Sub Presion_opcion_Click() Largo_a.Enabled = True
Ancho_B.Enabled = True Espesor_datos.Enabled = True carga_datos.Enabled
= False
    Deformacion_maximo_datos.Enabled = True Largo_a.BackColor =
&H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005 Espesor_datos.BackColor =
&H80000005 carga_datos.BackColor = &H8000000A
Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H80000005 End Sub
```

```
Private Sub Tension_Fluencia_Change() Hoja3.Range("$B$8").Value =  
Tension_Fluencia.Text End Sub
```

```
Private Sub UserForm_Click() End Sub
```

```
Private Sub Ancho_B_Change() Hoja5.Range("$C$2").Value =  
Ancho_B.Text End Sub
```

```
Private Sub Calcular_todo_Click()  
If Espesor_Opcion.Value = True And Bordes_apoyados = True Then  
mytarget = Range("$C$4")  
SolverOk SetCell:="$J$8", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,  
ByChange:="$C$3", Engine _  
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve  
SolverReset  
Dato.Text = Hoja5.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("mm")  
ElseIf Presion_opcion.Value = True And Bordes_apoyados = True Then  
mytarget = Range("$C$4")  
SolverOk SetCell:="$J$8", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,  
ByChange:="$C$5", Engine _  
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve  
SolverReset  
Dato.Text = Hoja5.Range("$C$5").Value Unidades.Caption = ("Mpa")  
  
ElseIf deformacion_maxima_opcion.Value = True And Bordes_apoyados  
= True Then Dato.Text = Hoja5.Range("$J$8").Value  
Unidades.Caption = ("mm")  
End If
```

```
If Espesor_Opcion.Value = True And Bordes_empotrados = True Then  
mytarget = Range("$C$4")  
SolverOk SetCell:="$J$9", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,  
ByChange:="$C$3", Engine _  
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve  
SolverReset  
Dato.Text = Hoja5.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("mm")  
ElseIf Presion_opcion.Value = True And Bordes_empotrados = True  
Then mytarget = Range("$C$4")  
SolverOk SetCell:="$J$9", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,  
ByChange:="$C$5", Engine _  
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve  
SolverReset  
Dato.Text = Hoja5.Range("$C$5").Value Unidades.Caption = ("Mpa")  
  
ElseIf deformacion_maxima_opcion.Value = True And Bordes_empotrados  
= True Then Dato.Text = Hoja5.Range("$J$9").Value
```



```
Unidades.Caption = ("mm")
End If

If Espesor_Opcion.Value = True And Capo_Lemp = True Then mytarget = Range("$C$4")
SolverOk SetCell:="$J$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget, ByChange:="$C$3", Engine _
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
SolverReset
Dato.Text = Hoja5.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("mm")
ElseIf Presion_opcion.Value = True And Capo_Lemp = True Then
mytarget = Range("$C$4")
SolverOk SetCell:="$J$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget, ByChange:="$C$5", Engine _
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
SolverReset
Dato.Text = Hoja5.Range("$C$5").Value Unidades.Caption = ("Mpa")

ElseIf deformacion_maxima_opcion.Value = True And Capo_Lemp = True
Then Dato.Text = Hoja5.Range("$J$10").Value
Unidades.Caption = ("mm")

End If End Sub

Private Sub carga_datos_Change() Hoja5.Range("$C$5").Value =
carga_datos.Text End Sub

Private Sub CommandButton1_Click() UserForm4.Hide
UserForm6.Show End Sub

Private Sub deformacion_maxima_opcion_Click() Largo_a.Enabled =
True
Ancho_B.Enabled = True Espesor_datos.Enabled = True
carga_datos.Enabled = True Deformacion_maximo_datos.Enabled = False
Largo_a.BackColor = &H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005
Espesor_datos.BackColor = &H80000005 carga_datos.BackColor = &H80000005
Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H8000000A End Sub

Private Sub Deformacion_maximo_datos_Change()
Hoja5.Range("$C$4").Value = Deformacion_maximo_datos.Text End Sub

Private Sub Espesor_datos_Change() Hoja5.Range("$C$3").Value =
Espesor_datos.Text End Sub

Private Sub Espesor_Opcion_Click() Largo_a.Enabled = True
Ancho_B.Enabled = True Espesor_datos.Enabled = False
carga_datos.Enabled = True
Deformacion_maximo_datos.Enabled = True Largo_a.BackColor =
&H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005 Espesor_datos.BackColor =
&H8000000A carga_datos.BackColor = &H80000005
Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H80000005 End Sub
```

```
Private Sub Largo_a_Change() Hoja5.Range("$C$1").Value =  
Largo_a.Text End Sub
```

```
Private Sub Modulo_young_Change() Hoja5.Range("$C$6").Value =  
Modulo_young.Text End Sub
```

```
Private Sub Poisson_Change() Hoja5.Range("$C$7").Value =  
Poisson.Text End Sub
```

```
Private Sub Predeterminados_Click() Modulo_young.Text =  
Hoja1.Range("$Q$1").Value Poisson.Text = Hoja1.Range("$Q$2").Value
```

```
End Sub
```

```
Private Sub Presion_opcion_Click() Largo_a.Enabled = True  
Ancho_B.Enabled = True Espesor_datos.Enabled = True carga_datos.Enabled  
= False
```

```
Deformacion_maximo_datos.Enabled = True Largo_a.BackColor =  
&H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005 Espesor_datos.BackColor =  
&H80000005 carga_datos.BackColor = &H8000000A  
Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H80000005 End Sub
```

```
Private Sub Ancho_B_Change() Hoja6.Range("$C$2").Value =  
Ancho_B.Text BETA.Caption = Hoja6.Range("$C$8").Value End Sub
```

```
Private Sub Calcular_todo_Click()  
If Espesor_Opcion = True And simp_apoy1 = True Then  
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 1  
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0  
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0  
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0  
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0  
mytarget = Range("$C$5")  
SolverOk SetCell:="$B$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,  
ByChange:="$C$3", Engine _  
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve  
SolverReset  
Datos.Text = Hoja6.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("mm")
```

```
ElseIf Presion_opcion = True And simp_apoy1 = True Then  
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 1  
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0  
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0  
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0  
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0  
mytarget = Range("$C$5")  
SolverOk SetCell:="$B$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
```

```
ByChange:="$C$4", Engine _
    :=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
SolverReset
Dato.Text = Hoja6.Range("$C$4").Value Unidades.Caption = ("Mpa")
    ElseIf deformacion_maxima_opcion = True And simp_apoy1 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 1
    Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0
    Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0
    Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0
    Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0

Dato.Text = Hoja6.Range("$B$10").Value Unidades.Caption = ("mm")
End If

'CAMBIO
If Espesor_Opcion = True And Simp_Apoy15 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 1
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0
mytarget = Range("$C$5")
SolverOk SetCell:="$B$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$3", Engine _
    :=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
SolverReset
Dato.Text = Hoja6.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("mm")

    ElseIf Presion_opcion = True And Simp_Apoy15 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
    Hoja6.Range("$Q$5").Value = 1
    Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0
    Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0
    Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0
    mytarget = Range("$C$5")
    SolverOk SetCell:="$B$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$4", Engine _
    :=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve

SolverReset
Dato.Text = Hoja6.Range("$C$4").Value Unidades.Caption = ("Mpa")

    ElseIf deformacion_maxima_opcion = True And Simp_Apoy15 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
    Hoja6.Range("$Q$5").Value = 1
```

```
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0

Dato.Text = Hoja6.Range("$B$10").Value Unidades.Caption = ("mm")
End If
'CAMBIO
If Espesor_Opcion = True And simp_apoy2 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 1
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0
mytarget = Range("$C$5")
SolverOk SetCell:="$B$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$3", Engine _
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
SolverReset
Dato.Text = Hoja6.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("mm")

ElseIf Presion_opcion = True And simp_apoy2 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 1
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0
mytarget = Range("$C$5")
SolverOk SetCell:="$B$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$4", Engine _
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
SolverReset
Dato.Text = Hoja6.Range("$C$4").Value Unidades.Caption = ("Mpa")
ElseIf deformacion_maxima_opcion = True And simp_apoy2 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 1
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0

Dato.Text = Hoja6.Range("$B$10").Value Unidades.Caption = ("mm")
End If
'CAMBIO
If Espesor_Opcion = True And empotrado1 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0
```

```
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 1
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0
mytarget = Range("$C$5")
SolverOk SetCell:="$B$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$3", Engin
e _
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
SolverReset
Dato.Text = Hoja6.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("mm")

ElseIf Presion_opcion = True And empotrado1 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0

Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 1
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0
mytarget = Range("$C$5")
SolverOk SetCell:="$B$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$4", Engin
e _
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
SolverReset
Dato.Text = Hoja6.Range("$C$4").Value Unidades.Caption = ("Mpa")

ElseIf deformacion_maxima_opcion = True And empotrado1 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 1
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 0

Dato.Text = Hoja6.Range("$B$10").Value Unidades.Caption = ("mm")

End If

'CAMBIO

If Espesor_Opcion = True And empotrado15 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0
```

```
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 1
mytarget = Range("$C$5")
SolverOk SetCell:="$B$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$3", Engin
e _
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
SolverReset
Dato.Text = Hoja6.Range("$C$3").Value Unidades.Caption = ("mm")

ElseIf Presion_opcion = True And empotrado15 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 1
mytarget = Range("$C$5")
SolverOk SetCell:="$B$10", MaxMinVal:=3, ValueOf:=mytarget,
ByChange:="$C$4", Engin
e _
:=1, EngineDesc:="GRG Nonlinear" solversolve
SolverReset
Dato.Text = Hoja6.Range("$C$4").Value Unidades.Caption = ("Mpa")

ElseIf deformacion_maxima_opcion = True And empotrado15 = True Then
Hoja6.Range("$Q$4").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$5").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$6").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$7").Value = 0
Hoja6.Range("$Q$8").Value = 1

Dato.Text = Hoja6.Range("$B$10").Value Unidades.Caption = ("mm")
End If
End Sub

Private Sub carga_dato_Change() Hoja6.Range("$C$4").Value =
carga_dato.Text End Sub

Private Sub CommandButton1_Click() UserForm5.Hide
UserForm6.Show

End Sub

Private Sub deformacion_maxima_opcion_Click() Largo_a.Enabled =
True
Ancho_B.Enabled = True Espesor_dato.Enabled = True
carga_dato.Enabled = True Deformacion_maximo_dato.Enabled = False
Largo_a.BackColor = &H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005
```

## ***Dimensionamiento de estructuras navales en base a la resistencia local***

---

```
Espesor_datos.BackColor = &H80000005 carga_datos.BackColor = &H80000005
Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H8000000A End Sub

Private Sub Deformacion_maximo_datos_Change()
Hoja6.Range("$C$5").Value = Deformacion_maximo_datos.Text End Sub

Private Sub Espesor_datos_Change() Hoja6.Range("$C$3").Value =
Espesor_datos.Text End Sub

Private Sub Espesor_Opcion_Click() Largo_a.Enabled = True
Ancho_B.Enabled = True Espesor_datos.Enabled = False
carga_datos.Enabled = True

Deformacion_maximo_datos.Enabled = True Largo_a.BackColor =
&H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005 Espesor_datos.BackColor =
&H8000000A carga_datos.BackColor = &H80000005
Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H80000005 End Sub

Private Sub Label10_Click() End Sub

Private Sub Largo_a_Change() Hoja6.Range("$C$1").Value =
Largo_a.Text End Sub

Private Sub Modulo_young_Change() Hoja6.Range("$C$6").Value =
Modulo_young.Text End Sub

Private Sub Poisson_Change() Hoja6.Range("$C$7").Value =
Poisson.Text End Sub

Private Sub Predeterminados_Click() Modulo_young.Text =
Hoja1.Range("$Q$1").Value Poisson.Text = Hoja1.Range("$Q$2").Value

End Sub

Private Sub Presion_opcion_Click() Largo_a.Enabled = True
Ancho_B.Enabled = True Espesor_datos.Enabled = True carga_datos.Enabled
= False

Deformacion_maximo_datos.Enabled = True Largo_a.BackColor =
&H80000005 Ancho_B.BackColor = &H80000005 Espesor_datos.BackColor =
&H80000005 carga_datos.BackColor = &H8000000A
Deformacion_maximo_datos.BackColor = &H80000005 End Sub

Private Sub CommandButton1_Click() Worksheets("Hoja1").Activate
UserForm6.Hide
UserForm1.Show End Sub

Private Sub CommandButton2_Click() Worksheets("Hoja5").Activate
UserForm6.Hide
UserForm4.Show End Sub

Private Sub CommandButton3_Click() Worksheets("Hoja6").Activate
UserForm6.Hide
UserForm5.Show End Sub
```

```
Private Sub CommandButton4_Click() Worksheets("Hoja2").Activate
UserForm6.Hide
UserForm2.Show End Sub

Private Sub CommandButton5_Click() Worksheets("Hoja3").Activate
UserForm6.Hide
UserForm3.Show End Sub
```



[illegible][illegible]

[illegible]

[illegible]

### **Aviso responsabilidad UC**

#### **AVISO:**

Este documento es el resultado del Trabajo Fin de Grado de un alumno, siendo su autor responsable de su contenido.

Se trata por tanto de un trabajo académico que puede contener errores detectados por el tribunal y que pueden no haber sido corregidos por el autor en la presente edición.

Debido a dicha orientación académica no debe hacerse un uso profesional de su contenido.

Este tipo de trabajos, junto con su defensa, pueden haber obtenido una nota que oscila entre 5 y 10 puntos, por lo que la calidad y el número de errores que puedan contener difieren en gran medida entre unos trabajos y otros,

La Universidad de Cantabria, la Escuela Técnica Superior de Náutica, los miembros del Tribunal de Trabajos Fin de Grado así como el profesor tutor/director no son responsables del contenido último de este Trabajo.”